INSTITUTO NACIONAL DE ESTADISTICA

Subdirección General de
Cuentas Nacionales

Índices encadenados en la Contabilidad Nacional Trimestral

S.G. de Cuentas Nacionales
Instituto Nacional de Estadística

Madrid, Mayo 2005

1. Introducción

En este documento se presentan los sistemas de índices encadenados empleados en la compilación de la Contabilidad Nacional Trimestral (CNTR), siendo su fin último el diseño de un procedimiento operativo que incluya los siguientes elementos:

- Tipo de índice.
- Estructura de ponderaciones.
- Método de encadenamiento.
- Tratamiento de la estacionalidad.
- Tratamiento y presentación del problema de la falta de aditividad.
- Conexión con los esquemas de desagregación temporal.

La motivación de este trabajo proviene, en primer lugar, de los requisitos del cambio de base de la Contabilidad Nacional que, en el caso particular de la CNTR, recoge las recomendaciones de compilarla de acuerdo con esta metodología expresadas por Eurostat (2004) y el Fondo Monetario Internacional, véase Bloem et al. (2001). En segundo lugar, se reconoce la conveniencia de mantener la estructura de valoración actualizada, evitando los problemas de envejecimiento y sesgos de sustitución que una base fija es susceptible de generar. Finalmente, la dinamización de la base estructural tanto de la Contabilidad Nacional Anual (CNAN) como de la CNTR ofrece una imagen más precisa del sistema económico, especialmente en lo que concierne a su evolución a corto plazo.

Naturalmente, esta nueva metodología presenta algunos inconvenientes importantes. Los más relevantes son la pérdida generalizada de aditividad transversal y, en menor medida, temporal; la mayor complejidad computacional y las dificultades de interpretación tanto del proceso de elaboración como, sobre todo, de los resultados finales.

La estructura del texto es la siguiente: en la segunda sección se muestra el concepto de índice elemental y sus principales propiedades. Estos índices sirven para elaborar los compuestos, que son examinados en la tercera sección. Se detallan los tres más utilizados: Laspeyres, Paasche y Fisher. La cuarta sección define los índices encadenados y, en la quinta, se exponen los principales métodos de encadenamiento. El procedimiento operativo sugerido para su aplicación en la CNTR se presenta en la sexta sección.

2. Índices elementales

En esta sección se presenta el concepto de índice elemental, que es la pieza básica sobre la que se asientan tanto los índices compuestos como los encadenados, véase Diewert (1996, 2004).

En general, un número índice es una medida estadística que expresa los cambios registrados por una variable en el tiempo, combinando simultáneamente información característica de sus niveles y de su ritmo de avance. De esta manera facilita el análisis, ya que sus valores proporcionan directamente una medida de crecimiento y retienen las características dinámicas de las series originales.

Un índice elemental es el que hace referencia a un único producto y se define como:

[2.1] $$i_{t/0}(z) = i_{t/0} = \frac{z_t}{z_0}$$

siendo *t* el período actual y *0* el de base. Se asume $z_0 \neq 0$. Las principales propiedades de los índices elementales son:

- Independencia de la escala de medida:

  $$\forall \ddot{e} \quad i_{t/0}(z) = i_{t/0}(l z)$$

- Identidad:

  $$i_{t/t} = 1$$

- Inversión o reversión temporal:

  $$i_{t/0} = [i_{0/t}]^{-1}$$

- Circularidad:

  $$\forall s \in [0,t] \quad i_{t/0} = i_{t/s} i_{s/0}$$

De esta última propiedad se deduce la divisibilidad de los índices elementales:

$$i_{t/0} = i_{t/t-1} i_{t-1/t-2} \cdots i_{1/0} = \prod_{s=1}^{t} i_{s/s-1}$$

3. Índices compuestos

Los índices compuestos son el resultado de combinar un vector de índices elementales, de forma que sintetizan su evolución conjunta en una única magnitud. Su expresión general es:

[3.1] $$I^{A}_{t/0[m]} = \sum_{j=1}^{k} \grave{u}_{jm} i_{j\,t/0}$$

Conviene distinguir los siguientes conceptos:

a. Tipo de índice: la magnitud subyacente a los índices elementales puede ser precio o cantidad. En cada caso se considerará un índice de precios, cantidad o valor.

b. El período actual se designa como *t* y el de base como *0*. Este último indica el período con el que se efectúa la comparación.

c. Ponderaciones: son los valores *w* que permiten agregar los índices elementales. El período *m* al que están referidas puede coincidir o no con el de base y, por otra parte, puede ser fijo o no.

Dentro de los muchos tipos que existen, se van a examinar los más utilizados: Laspeyres (A=L), Paasche (A=P) y Fischer (A=F). Se considerarán, sin pérdida de generalidad, índices de cantidad, obteniéndose los de precios permutando funcionalmente cantidades y precios.

3.1. INDICE DE LASPEYRES

La expresión formal del índice de Laspeyres es:

[3.2] $$Q^L_{t/0} = \frac{\sum_{j=1}^{k} p_{j0} q_{jt}}{\sum_{j=1}^{k} p_{j0} q_{j0}} = \frac{\sum_{j=1}^{k} p_{j0} q_{jt}}{V_0} = \sum_{j=1}^{k} \frac{p_{j0} q_{j0}}{V_0} \frac{q_{jt}}{q_{j0}} = \sum_{j=1}^{k} \grave{u}_{j0} i_{jt/0}$$

Sus principales características son:

a. La estructura de ponderaciones es fija y está fechada en el período base: *m=0* en [3.1].

b. La estructura del índice es una combinación lineal convexa de índices cuánticos elementales, ya que $\sum_j \grave{u}_j = 1$.

c. Es un índice aditivo. Si consideramos dos grupos no solapados *A=1..k’* y *B=k’+1..k,* los índices correspondientes se pueden agregar según:

[3.3] $$I = w_A I_A + w_B I_B = \frac{V_{A0}}{V_{A0}+V_{B0}} \frac{\sum_A p_{A0} q_{At}}{V_{A0}} + \frac{V_{B0}}{V_{A0}+V_{B0}} \frac{\sum_B p_{B0} q_{Bt}}{V_{B0}} = \frac{1}{V_0} \sum_{x=A,B} p_{x0} q_{xt}$$

3.2. ÍNDICE DE PAASCHE

Su expresión formal es:

[3.4] $$Q^P_{t/0} = \frac{\sum_{j=1}^{k} p_{jt} q_{jt}}{\sum_{j=1}^{k} p_{jt} q_{j0}} = \sum_{j=1}^{k} \frac{p_{jt} q_{j0}}{\sum_{j=1}^{k} p_{jt} q_{j0}} \frac{q_{jt}}{q_{j0}} = \sum_{j=1}^{k} \grave{u}_{jt} i_{jt/0}$$

Sus principales propiedades son:

a. La estructura de ponderaciones es variable y combina información del período base y del actual.

b. La estructura del índice es una combinación lineal convexa de índices cuánticos elementales, ya que $\sum_j \grave{u}_j = 1$.

c. Es un índice aditivo. Si consideramos dos grupos no solapados *A=1..k'* y *B=k'+1..k*, los índices correspondientes se pueden agregar según:

[3.5] $I = w_A I_A + w_B I_B =$

$$= \frac{\sum_A p_{At} q_{A0}}{\sum_A p_{At} q_{A0} + \sum_B p_{Bt} q_{B0}} \frac{\sum_A p_{At} q_{At}}{\sum_A p_{At} q_{A0}} + \frac{\sum_B p_{Bt} q_{B0}}{\sum_A p_{At} q_{A0} + \sum_B p_{Bt} q_{B0}} \frac{\sum_B p_{Bt} q_{Bt}}{\sum_B p_{Bt} q_{B0}} =$$

$$= \frac{1}{\sum_A p_{At} q_{A0} + \sum_B p_{Bt} q_{B0}} \sum_{x=A,B} p_{xt} q_{xt}$$

3.3. ÍNDICE DE FISHER

Es la media geométrica de los de Laspeyres y Paasche:

[3.6] $Q^F_{t/0} = \sqrt{Q^L_{t/0} Q^P_{t/0}}$

Este índice presenta valores intermedios entre los de Laspeyres y Paasche y goza de ciertas propiedades teóricas interesantes[1] (ONU, 1993). No obstante, su aplicación es relativamente compleja y por eso no ha sido recomendado para la compilación de la CNTR (Eurostat, 2004), proponiéndose en su lugar el uso de la fórmula de Laspeyres para cantidades y la de Paasche para precios.

[1] También algunos inconvenientes, como la no aditividad.

Resumen

A continuación se ofrece una tabla resumen de los distintos índices.

Tabla 1. Índices compuestos

	Cantidad	Precio
Laspeyres	$\frac{\sum p_0 q_t}{\sum p_0 q_0}$	$\frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0}$
Paasche	$\frac{\sum p_t q_t}{\sum p_t q_0}$	$\frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t}$
Fisher	$\sqrt{Q^L_{t/0} Q^P_{t/0}}$	$\sqrt{P^L_{t/0} P^P_{t/0}}$

Nótese que la propiedad de compatibilidad (V=PQ) sólo se verifica en los siguientes casos:

$P^P\ Q^L$ $\qquad$ $P^L\ Q^P$ $\qquad$ $P^F\ Q^F$

4. Índices encadenados

En los índices compuestos que se exponen en la sección anterior se comparan directamente dos puntos en el tiempo: *t* (período actual) y *0* (período base). Las diferencias entre dichos índices surgen en la forma de agregar los índices elementales: mediante ponderaciones del período base (Laspeyres) o del actual (Paasche).

Los índices encadenados consideran que el paso del período *0* al *t* puede fragmentarse considerando los incrementos parciales, esto es, que el encadenamiento de los índices (i.e. de las variaciones) evaluados con la frecuencia de muestreo máxima posible constituye una valoración más apropiada del cambio realizado desde *0* hasta *t*. Intuitivamente, se intenta reducir el envejecimiento de la base.

La estructura de ponderaciones es:

Laspeyres: $w_{j0} = \frac{p_{j0} q_{j0}}{V_0}$ $\rightarrow$ totalmente referida al período *0*

Paasche: $w_{jt} = \dfrac{p_{jt}q_{j0}}{\sum_j p_{jt}q_{j0}}$ $\rightarrow$ parcialmente referida al período *0*

En los dos casos, si ha existido un cambio importante en la composición cuántica de *0* a *t* (por ejemplo: gran alejamiento temporal, introducción o eliminación de productos, cambios técnicos o de preferencias, etc.) la relevancia de ambos índices se reduce.

Una forma de resolver este problema consiste en efectuar las comparaciones entre períodos que disten lo menos posible (por ejemplo, un período) mediante “eslabones”:

[4.1] $$I^A_{s/s-1} = \sum_j w_{jm} i_{s/s-1}$$

A continuación, la variación entre *0* y *t* se encadena:

[4.2] $$CI^A_{t/0} = I^A_{t/t-1} I^A_{t-1/t-2} \dots I^A_{1/0} = \prod_{s=1}^{t} I^A_{s/s-1}$$

El índice encadenado opera de forma ideal si se satisface la condición de circularidad. Utilizando eslabones de Laspeyres o Paasche ésta se satisface sólo de manera aproximada, si bien las trayectorias dinámicas habituales de precios y cantidades que se observan en las economías de mercado aseguran que la aproximación es bastante buena, véase ONU (1993).

Este tipo de índice carece de período base en un sentido estricto o de ponderaciones. Sí posee un período en el que, arbitrariamente, vale 100. Este período se denomina “de referencia”.

La aplicación del concepto de índice encadenado a series económicas de alta frecuencia (mensuales o trimestrales) plantea dos problemas importantes:

a. las oscilaciones introducidas por los componentes estacional (aproximadamente periódicas) e irregular (virtualmente aleatorias), que pueden distorsionar y complicar, especialmente, las comparaciones entre dos períodos adyacentes

b. la conveniencia de que las estimaciones de alta y baja frecuencia sean cuantitativamente consistentes, esto es, que los datos de baja puedan derivarse a partir de los de alta.

Nótese que, considerando un índice de Laspeyres en este enfoque, tanto w como q_j son estacionales, por lo que se plantea la conveniencia de desestacionalizar w mediante el uso de una referencia anual. Adicionalmente, el uso de un encadenamiento trimestral de índices trimestrales, esto es, la concatenación de las valoraciones a precios del trimestre anterior, puede dar lugar a desviaciones sistemáticas o derivas (*drifts*) del índice que lo alejan de su homólogo anual. Esta deriva es tanto mayor cuanto más intensa y estable es la pauta estacional o, si se prefiere, cuanto más disímiles son las subseries anuales de índice trimestral respecto a la serie anual obtenida por agregación temporal de las mismas, véase ONU (1993) para una exposición detallada del problema de la deriva.

Todas estas consideraciones dan lugar a los diferentes métodos de encadenamiento anual que se exponen en la siguiente sección.

5. Índices trimestrales con encadenamiento anual

Antes de describir los distintos esquemas de encadenamiento anual de índices trimestrales, se exponen tres conceptos que se van a emplear de forma continua en todos ellos:

- Cantidad media anual:

[5.1] $$\bar{q}_{jT} = \frac{\sum_{t=1}^{4} q_{jtT}}{4}$$

- Valor medio anual:

[5.2] $$\bar{v}_{jT} = \frac{\sum_{t=1}^{4} v_{jtT}}{4} = \frac{\sum_{t=1}^{4} p_{jtT} q_{jtT}}{4}$$

- Precio medio anual: es un concepto del tipo "valor unitario" que se deduce de los dos anteriores:

[5.3] $$\bar{p}_{jT} = \frac{\bar{v}_{jT}}{\bar{q}_{jT}} = \frac{\sum_{t=1}^{4} p_{jtT} q_{jtT}}{\sum_{t=1}^{4} q_{jtT}}$$

Los diversos procedimientos de encadenamiento tratan de resolver los problemas planteados en la sección anterior cuando se aplica la metodología de índices encadenados al caso trimestral. En todos los casos la fórmula general expresada en [4.2] se particulariza como sigue:

[5.4] $$CQ_{t/0}^{L} = \prod_{s=1}^{t} Q_{s/s-1}^{L}$$

$$Q_{s/s-1}^{L} = \sum_{j=1}^{k} w_{js-1} \frac{q_{js}}{q_{js-1}} = \sum_{j=1}^{k} \frac{p_{js-1} q_{js-1}}{\sum_{j=1}^{k} p_{js-1} q_{js-1}} \frac{q_{js}}{q_{js-1}} = \frac{\sum_{j=1}^{k} p_{js-1} q_{js}}{\sum_{j=1}^{k} p_{js-1} q_{js-1}}$$

Nótese que los eslabones consideran, en una aplicación directa de la fórmula de Laspeyres, información del trimestre anterior, tanto para efectuar la comparación como para calcular las ponderaciones. Estos dos aspectos van a ser modificados por los diversos esquemas de encadenamiento:

- solapamiento anual ("Annual Overlap Technique")
- solapamiento trimestral ("One-quarter Overlap Technique")

- cocientes de año sobre año (“Over-the-year Technique”)

Este último esquema no se va a exponer, ya que no es temporalmente consistente e induce rupturas, véase Bloem et al. (2001) cap. 9, para una exposición del mismo.

5.1. ENCADENAMIENTO MEDIANTE SOLAPAMIENTO ANUAL (*ANNUAL OVERLAP)*

En este caso se utilizan pesos del año anterior (concretamente, los precios medios del año anterior valoran las cantidades medias de dicho año). Las comparaciones se efectúan también sobre los valores medios del año anterior.

5.1.1. Índices de cantidad trimestrales de Laspeyres encadenados anualmente

a) Eslabón

La fórmula del índice de Laspeyres aplicada de forma literal al caso trimestral es:

$$Q^L_{s/s-1[s-1]} = \sum_j w_{js-1} \frac{q_{js}}{q_{js-1}} = \frac{\sum_j p_{js-1} q_{js}}{\sum_j p_{js-1} q_{js-1}}$$

donde el período de referencia y el de base coinciden. En el esquema de solapamiento anual, esto varía de la siguiente forma:

- las ponderaciones van a ser las correspondientes a los valores medios del año anterior (*T-1*), por lo que serán las mismas durante todo el año *T*, produciéndose una ruptura al saltar del cuarto trimestre de *T-1* al primero de *T*:

$$w_{jT-1} = \frac{\overline{p}_{jT-1}\overline{q}_{jT-1}}{\sum_j \overline{p}_{jT-1}\overline{q}_{jT-1}}$$

- la comparación se efectúa también con el valor medio del año anterior:

$$\frac{q_{js}}{\overline{q}_{jT-1}}$$

De esta forma, el eslabón trimestral es:

$$Q^L_{(t,T)/(T-1)[T-1]} = \sum_j w_{jT-1} \frac{q_{jtT}}{\overline{q}_{jT-1}} = \frac{\sum_j \overline{p}_{jT-1} q_{jtT}}{\sum_j \overline{p}_{jT-1}\overline{q}_{jT-1}} \qquad [5.5]$$

donde el período actual es el trimestre *t* del año *T*, y la referencia y la base coinciden pero son anuales (*T-1*).

Nótese que, en [5.5], el único elemento de alta frecuencia es q_{jtT}, que es el que porta, entre otras cosas, la información estacional.

Una interesante propiedad de estos índices es que su estructura de ponderaciones es igual que la de su homólogo anual:

[5.6]
$$Q^{L}_{T/T-1[T-1]} = \sum_{j} w_{jT-1} \frac{q_{jT}}{q_{jT-1}} = \{ q_{jH} = 4\overline{q}_{jH},\ H = T, T-1 \} =$$

$$= \sum_{j} w_{jT-1} \frac{\overline{q}_{jT}}{\overline{q}_{jT-1}} = \frac{\sum_{j} \overline{p}_{jT-1} \overline{q}_{jT}}{\sum_{j} \overline{p}_{jT-1} \overline{q}_{jT-1}}$$

En consecuencia, los eslabones trimestrales son temporalmente consistentes con los anuales, lo que es especialmente relevante para formar la cadena:

[5.7]
$$\frac{1}{4} \sum_{t} Q^{L}_{(t,T)/(T-1)[T-1]} = \frac{1}{4} \sum_{t} \left(\sum_{j} w_{jT-1} \frac{q_{jtT}}{\overline{q}_{jT-1}} \right) =$$
$$\sum_{j} w_{jT-1} \frac{\frac{1}{4} \sum_{t} q_{jtT}}{\overline{q}_{jT-1}} = \sum_{j} w_{jT-1} \frac{\overline{q}_{jT}}{\overline{q}_{jT-1}} = Q^{L}_{T/T-1[T-1]}$$

b) Cadena

Se define el índice anual de Laspeyres encadenado como:

[5.8]
$$CQ^{L}_{T/0} = \prod_{S=1}^{T} Q^{L}_{S/S-1[S-1]}$$

y el correspondiente trimestral es:

[5.9]
$$CQ^{L}_{(t,T)/0} = CQ^{L}_{T-1/0}\, Q^{L}_{(t,T)/T-1[T-1]} = \left(\prod_{S=1}^{T-1} Q^{L}_{S/S-1[S-1]} \right) Q^{L}_{(t,T)/T-1[T-1]}$$

donde el primer término es el índice anual encadenado desde *0* hasta *T-1* y el segundo es el eslabón de Laspeyres trimestral tomando como base la media del año anterior.

Se puede comprobar que:

[5.10]
$$\frac{1}{4} \sum_{t} CQ^{L}_{(t,T)/0} = CQ^{L}_{T/0}$$

debido a que los eslabones trimestrales son temporalmente consistentes con los anuales.

5.1.2. Índices de precio trimestrales de Paasche encadenados anualmente

a) Eslabón

La fórmula general es:

$$P_{t/0}^{P}=\frac{v_t}{\sum_j p_{j0}q_{jt}}=\sum_j \frac{p_{j0}q_{jt}}{\sum_j p_{j0}q_{jt}}\frac{p_{jt}}{p_{j0}}=\sum_j w_{jt}\frac{p_{jt}}{p_{j0}}$$

Si consideramos como referencia el trimestre anterior, *t-1*:

$$P_{t/t-1}^{P}=\sum_j \frac{p_{jt-1}q_{jt}}{\sum_j p_{jt-1}q_{jt}}\frac{p_{jt}}{p_{jt-1}}=\frac{\sum_j p_{jt}q_{jt}}{\sum_j p_{jt-1}q_{jt}}$$

El encadenamiento anual sustituye p_{jt-1} por $\overline{p}_{jT-1}$, con lo que aparece un índice *T* nuevo:

[5.11] $$P_{(t,T)/T-1[T-1]}^{P}=\frac{\sum_j p_{jtT}q_{jtT}}{\sum_j \overline{p}_{jT-1}q_{jtT}}=\sum_j w_{jtT}\frac{p_{jtT}}{\overline{p}_{jT-1}}$$

donde las ponderaciones varían trimestralmente: $w_{jtT}=\frac{\overline{p}_{jT-1}q_{jtT}}{\sum_j \overline{p}_{jT-1}q_{jtT}}$

Nótese que, igual que ocurría con el índice de cantidades de Laspeyres, el período de referencia es anual: se compara p_{jtT} con $\overline{p}_{jT-1}$.

b) Cadena

Para formar el índice encadenado necesitamos los correspondientes anuales:

$$P_{T/T-1[T-1]}^{P}=\sum_j w_{jT}\frac{\overline{p}_{jT}}{\overline{p}_{jT-1}}=\sum_j \frac{\overline{p}_{jT-1}\overline{q}_{jT}}{\sum_j \overline{p}_{jT-1}\overline{q}_{jT}}\frac{\overline{p}_{jT}}{\overline{p}_{jT-1}}=\frac{\sum_j \overline{p}_{jT}\overline{q}_{jT}}{\sum_j \overline{p}_{jT-1}\overline{q}_{jT}}$$

y la cadena anual es:

$$CP_{T/0}^{P}=\prod_{S=1}^{T}P_{S/S-1[S-1]}^{P}$$

El índice de precios trimestral de Paasche encadenado anualmente es:

[5.12] $$CP_{(t,T)/0}^{P}=CP_{T/0}^{P}P_{(t,T)/T-1[T-1]}^{P}=\left(\prod_{S=1}^{T}P_{S/S-1[S-1]}^{P}\right)P_{(t,T)/T-1[T-1]}^{P}$$

Nótese que las ponderaciones trimestrales no coinciden con las anuales.

5.1.3. Series en términos monetarios

La serie de volumen encadenada carece de unidades y puede quedarse como tal, como un número índice. No obstante, puede resultar conveniente expresar dichas series en términos monetarios, esto es, utilizando como numerario una unidad de cuenta específica (por ejemplo, euros o dólares). Existen dos maneras de conseguirlo.

En la primera se aplica un término o factor de valoración al índice de cantidad encadenado:

[5.13] SERIE MONETARIA(t) = INDICE ENCADENADO(t) *

* FACTOR DE VALORACIÓN(0)

$$MCQ^{L}_{(t,T)/0} = CQ^{L}_{(t,T)/0}\left(\sum_{j}\overline{p}_{j0}\overline{q}_{j0}\right)$$

La segunda implica deflactar las cantidades trimestrales valoradas a precios medios del año anterior mediante el índice de precios anual de Paasche encadenado:

[5.14] SERIE MONETARIA(t) = CANTIDAD(t) * PRECIO(0)

$$MCQ^{L}_{(t,T)/0} = \frac{\sum_{j}\overline{p}_{jT-1}q_{jtT}}{CP^{P}_{T-1/0}}$$

Ambas posibilidades, [5.13] y [5.14], son equivalentes, como se demuestra a continuación:

$$MCQ^{L}_{(t,T)/0} = CQ^{L}_{(t,T)/0}\left(\sum_{j}\overline{p}_{j0}\overline{q}_{j0}\right) = \left(\prod_{S=1}^{T-1}Q^{L}_{S/S-1}\right)Q^{L}_{(t,T)/T-1}\left(\sum_{j}\overline{p}_{j0}\overline{q}_{j0}\right) =$$

$$= \frac{\sum_{j}\overline{p}_{j0}\overline{q}_{j1}}{\sum_{j}\overline{p}_{j0}\overline{q}_{j0}}\;\frac{\sum_{j}\overline{p}_{j1}\overline{q}_{j2}}{\sum_{j}\overline{p}_{j1}\overline{q}_{j1}}\;\frac{\sum_{j}\overline{p}_{j2}\overline{q}_{j3}}{\sum_{j}\overline{p}_{j2}\overline{q}_{j2}}\cdots\frac{\sum_{j}\overline{p}_{jT-2}\overline{q}_{jT-1}}{\sum_{j}\overline{p}_{jT-2}\overline{q}_{jT-2}}\;\frac{\sum_{j}\overline{p}_{jT-1}q_{jtT}}{\sum_{j}\overline{p}_{jT-1}\overline{q}_{jT-1}}\;\sum_{j}\overline{p}_{j0}\overline{q}_{j0} =$$

$$= \frac{\sum_{j}\overline{p}_{j0}\overline{q}_{j1}}{\sum_{j}\overline{p}_{j1}\overline{q}_{j1}}\;\frac{\sum_{j}\overline{p}_{j1}\overline{q}_{j2}}{\sum_{j}\overline{p}_{j2}\overline{q}_{j2}}\cdots\frac{\sum_{j}\overline{p}_{jT-2}\overline{q}_{jT-1}}{\sum_{j}\overline{p}_{jT-1}\overline{q}_{jT-1}}\;\sum_{j}\overline{p}_{jT-1}q_{jtT} =$$

$$= \frac{\sum_{j}\overline{p}_{jT-1}q_{jtT}}{\prod_{S=1}^{T-1}\left(\dfrac{\sum_{j}\overline{p}_{jS}\overline{q}_{jS}}{\sum_{j}\overline{p}_{jS-1}\overline{q}_{jS}}\right)} = \frac{\sum_{j}\overline{p}_{jT-1}q_{jtT}}{\prod_{S=1}^{T-1}P^{P}_{S/S-1}} = \frac{\sum_{j}\overline{p}_{jT-1}q_{jtT}}{CP^{P}_{T-1/0}}$$

q.e.d.

Esta valoración se denomina "medida de volumen encadenado referida a su nivel nominal del año 0" y no refleja, como ya se ha comentado, una valoración según los precios de un período específico.

5.2. ENCADENAMIENTO MEDIANTE SOLAPAMIENTO EN UN TRIMESTRE (*ONE-QUARTER OVERLAP)*

En este caso se utilizan pesos del año anterior (concretamente, los precios medios del año anterior valoran las cantidades del cuarto trimestre). Las comparaciones se efectúan con respecto al último trimestre del año anterior.

5.2.1. Índices de cantidad trimestrales de Laspeyres encadenados anualmente

Como en el caso anterior, se formula primero el eslabón y luego la cadena.

a) Eslabón

La fórmula general del índice de Laspeyres es:

$$Q^L_{s/s-1[s-1]} = \sum_j w_{js-1} \frac{q_{js}}{q_{js-1}} = \frac{\sum_j p_{js-1} q_{js}}{\sum_j p_{js-1} q_{js-1}}$$

donde, igual que ocurría en el caso del solapamiento anual, se realizan algunas sustituciones, que en este caso son las siguientes:

- las ponderaciones van a ser las correspondientes a los valores del cuarto trimestre del año anterior (*4,T-1*), usando como precio el promedio de ese año (*T-1*):

$$w_{j,4,T-1} = \frac{\overline{p}_{jT-1} q_{j,4,T-1}}{\sum_j \overline{p}_{jT-1} q_{j,4,T-1}}$$

- la comparación se efectúa también con el valor del cuarto trimestre del año anterior:

$$\frac{q_{js}}{q_{j,4,T-1}}$$

Con lo que el eslabón trimestral es:

[5.15] $$Q^L_{(t,T)/(4,T-1)[T-1]} = \sum_j w_{j,4,T-1} \frac{q_{jtT}}{q_{j,4,T-1}} = \frac{\sum_j \overline{p}_{jT-1} q_{jtT}}{\sum_j \overline{p}_{jT-1} q_{j,4,T-1}}$$

siendo:

t,T el período actual (trimestre *t* del año *T*), *4,T-1* el período de referencia (cuarto trimestre del año anterior)

T-1 el período base

Las ponderaciones son de naturaleza trimestral (es la valoración del cuarto trimestre), pero se mantienen fijas a lo largo de todo el año. Dado que ya no coinciden con las correspondientes anuales, se pierde la consistencia temporal.

Dicha pérdida puede compensarse por el hecho de que esta técnica produce unas transiciones más suaves que la del solapamiento anual. En los trimestres segundo al cuarto no existe ningún problema, puesto que todos ellos tienen la misma referencia temporal (ya sea el cuarto trimestre del año anterior o el promedio de dicho año), por lo que la tasa intertrimestral no presenta saltos, ni las demás tampoco. Sin embargo, el caso del primer trimestre es distinto: con esta técnica, la comparación se establece con el mismo período que en la tasa intertrimestral (el cuarto trimestre del año anterior, o sea, el período precedente), mientras que con el solapamiento anual la comparación con el promedio del año anterior sí produce un salto en la tasa intertrimestral al pasar del cuarto trimestre al primero.

b) Cadena

El índice trimestral de Laspeyres encadenado es:

[5.16] $$CQ^{L}_{(t,T)/0} = Q^{L}_{(4,1)/0}\left[\prod_{S=2}^{T-1} Q^{L}_{(4,S)/(4,S-1)[S-1]}\right] Q^{L}_{(t,T)/(4,T-1)[T-1]}$$

donde:

- el primer término actúa a modo de <u>condición inicial</u>: como no es posible comparar el año *0* con el cuarto trimestre del año *–1*, se usa como condición inicial un índice eslabón anual del tipo de los elaborados con solapamiento anual. De esta forma, se completa la cadena anual expresada en el siguiente factor. Su expresión es:

[5.17] $$Q^{L}_{(4,1)/0} = \frac{\sum_j \bar{p}_{j0} q_{j41}}{\sum_j \bar{p}_{j0} \bar{q}_{j0}}$$

siendo $\sum_j \bar{p}_{j0}\bar{q}_{j0}$ el promedio anual del año inicial;

- el segundo término es el <u>componente anual</u>: un eslabón por cada año, siempre referido al cuarto trimestre del año precedente. Es, por lo tanto, el resultado de muestrear anualmente la serie trimestral básica;
- el tercer término es el <u>componente trimestral</u>: el eslabón básico trimestral para el trimestre *t* del año *T*.

5.2.2. Índices de precio trimestrales de Paasche encadenados anualmente

El índice de Paasche correspondiente utiliza como ponderaciones las cantidades del cuarto trimestre valoradas a precios del año anterior:

[5.18] $$w^P_{j4T} = \frac{\overline{p}_{jT-1} q_{j4T}}{\sum_j \overline{p}_{jT-1} q_{j4T}}$$

La expresión resultante es:

[5.19] $$P^P_{T/T-1[T-1]} = \sum_j w^P_{j4T} \frac{\overline{p}_{jT}}{\overline{p}_{jT-1}} = \frac{\sum_j \overline{p}_{jT} q_{j4T}}{\sum_j \overline{p}_{jT-1} q_{j4T}}$$

Esta expresión, de naturaleza anual, se entiende mejor considerándola como el deflactor implícito que surge en la construcción de series monetarias.

5.2.3. Series en términos monetarios

Utilizando el mismo razonamiento que en el caso del solapamiento anual (sección 5.1.3.), se propone:

$$MCQ^L_{(t,T)/0} = CQ^L_{(t,T)/0} \sum_j \overline{p}_{j0} \overline{q}_{j0} =$$

$$= Q^L_{(4,1)/0} \left(\prod_{S=2}^{T-1} Q^L_{(4,S)/(4,S-1)[S-1]} \right) Q^L_{(t,T)/(4,T-1)[T-1]} \left(\sum_j \overline{p}_{j0} \overline{q}_{j0} \right) =$$

$$= \frac{\sum_j \overline{p}_{j0} q_{j41}}{\sum_j \overline{p}_{j0} \overline{q}_{j0}} \frac{\sum_j \overline{p}_{j1} q_{j42}}{\sum_j \overline{p}_{j1} q_{j41}} \cdots \frac{\sum_j \overline{p}_{jT-2} q_{j4T-1}}{\sum_j \overline{p}_{jT-2} q_{j4T-2}} \frac{\sum_j \overline{p}_{jT-1} \overline{q}_{jtT}}{\sum_j \overline{p}_{jT-1} q_{j4T-1}} \sum_j \overline{p}_{j0} \overline{q}_{j0} =$$

$$= \frac{\sum_j \overline{p}_{j0} q_{j41}}{\sum_j \overline{p}_{j1} q_{j41}} \frac{\sum_j \overline{p}_{j1} q_{j42}}{\sum_j \overline{p}_{j2} q_{j42}} \cdots \frac{\sum_j \overline{p}_{jT-2} q_{j4T-1}}{\sum_j \overline{p}_{jT-1} q_{j4T-1}} \sum_j \overline{p}_{jT-1} q_{jtT} =$$

$$= \frac{\sum_j \overline{p}_{jT-1} q_{jtT}}{\prod_{S=1}^{T-1} \left(\frac{\sum_j \overline{p}_{jS} q_{j4S}}{\sum_j \overline{p}_{jS-1} q_{j4S}} \right)} = \frac{\sum_j \overline{p}_{jT-1} q_{jtT}}{\prod_{S=1}^{T-1} P^P_{S/S-1}}$$

6. Esquema operativo

Los indicadores de base utilizados para generar las estimaciones trimestrales son compilados según la metodología de índices encadenados expuesta en las secciones anteriores que, siguiendo las recomendaciones expresadas en Eurostat (2004), se especifican de la siguiente manera:

6.1. TIPO DE ÍNDICE

Se basa en el empleo de índices de tipo Lasperyes para cantidades y Paasche para precios, debido a su simplicidad relativa y a que satisfacen la propiedad de compatibilidad.

6.2. ESTRUCTURA DE PONDERACIONES

Las ponderaciones toman como referencia la estructura generada por la CNAN, referidas al año inmediatamente precedente. De esta manera se asegura la compatibilidad estructural entre la CNTR y la CNAN al mismo tiempo que no se introducen fuentes adicionales de variación estacional e irregular en el cálculo de los índices, debido a la frecuencia de muestreo (anual) de dichas ponderaciones.

6.3. MÉTODO DE ENCADENAMIENTO

El encadenamiento se realiza mediante el esquema de solapamiento anual (*annual overlap*). Las posibles discontinuidades que este esquema puede producir entre el primer trimestre de un año dado y el último del año anterior se eliminan aplicando el procedimiento de Denton (1971)[1], de forma que se respetan los totales anuales y se suavizan las transiciones entre los dos trimestres antes citados. Se ha considerado este procedimiento en lugar del solapamiento trimestral (*one-quarter overlap*) debido a su mayor simplicidad, a su consistencia temporal y a que las posibles rupturas pueden resolverse de manera relativamente sencilla. Adicionalmente, el procedimiento de solapamiento trimestral asume implícitamente una pauta muy estable del componente estacional y su plena representatividad intraanual. Esto último sólo puede conseguirse con absoluta certeza aplicando métodos de desestacionalización antes de computar el índice encadenado, lo que altera el enfoque esencial del método (véase Eurostat, 2004, secc. 8).

6.4. CONEXIÓN CON LOS PROCEDIMIENTOS DE DESAGREGACIÓN TEMPORAL

Los índices encadenados así construidos son empleados como información de alta frecuencia para desagregar temporalmente las series de la CNAN, empleando como referencia de baja frecuencia (*benchmark*) las series anuales encadenadas elaboradas a su vez según el mismo esquema de índices encadenados. De esta manera, la CNTR publicará series encadenadas referidas a los valores nominales del año que la CNAN seleccione como referencia. Respecto al método de desagregación temporal,

[1] El método podrá aplicarse de forma aditiva o proporcional. En cualquier caso, la función objetivo tratará de minimizar la volatilidad de las primeras diferencias.

se utilizan los de Chow-Lin (1971) y Fernández (1981)[1]. De esta forma, se asegura la consistencia cuantitativa entre las estimaciones trimestrales y anuales de la Contabilidad Nacional, véase INE (2005).

6.5. AJUSTE ESTACIONAL

Respecto a la desestacionalización, en línea con las recomendaciones del grupo de trabajo sobre ajuste estacional en la Contabilidad Nacional Trimestral (Eurostat y European Central Bank (2001)), se propone realizar el ajuste estacional sobre los índices encadenados en su frecuencia original (mensual o trimestral) y aplicar a continuación los procedimientos de desagregación temporal antes mencionados. Este enfoque permite un filtrado más preciso[2] y facilita el proceso de la estimación avance (*flash*) del Producto Interior Bruto (PIB). Detalles del procedimiento de ajuste se describen en INE (2002).

6.6. TRATAMIENTO Y PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA DE LA FALTA DE ADITIVIDAD

La aplicación de esta metodología genera una pérdida de aditividad en las medidas encadenadas de volumen (excepto en los datos anuales correspondientes a los años de referencia y al inmediatamente posterior). La pérdida de aditividad significa, por ejemplo, que la suma de los componentes del Producto Interior Bruto (PIB) desde la óptica del gasto (o demanda) no coincide con la suma calculada desde la óptica de la producción (u oferta). De forma general, una variable valorada mediante medidas encadenadas de volumen no coincide con la suma de sus elementos constituyentes igualmente evaluados a través de medidas encadenadas de volumen. La pérdida de aditividad es una consecuencia directa de las propiedades matemáticas del sistema de valoración, por lo que las discrepancias no reflejan deterioro alguno de calidad en el proceso de medida.

La imposición de las restricciones transversales que rigen la valoración a precios corrientes no es sencilla y puede deteriorar la estimación individual de cada una de las operaciones (p.e., haciendo que las cadenas no se deriven de los eslabones o distorsionando la evolución de los deflactores). Además, estas restricciones han de imponerse para un nivel de desagregación fijado a priori, lo que introduce un importante elemento de arbitrariedad en el procedimiento. Por todo ello, la recomendación internacional, ONU (1993), consiste en no imponer dichas restricciones transversales, manteniendo la característica no aditiva del sistema.

Finalmente, con el fin de facilitar el análisis y la estimación, se puede modificar la referencia cada vez que se publica un nuevo dato, haciendo siempre que el último año publicado sea aditivo aunque esta operación no implica que los trimestres sean a su vez aditivos. Este cambio de referencia modifica los niveles de toda la serie pero preserva sus crecimientos, véase Australian Bureau of Statistics (2003).

[1] Este último puede considerarse como un caso límite del anterior, véase Di Fonzo (1987) o Quilis (2001).
[2] En particular, de los efectos de calendario.

REFERENCIAS

Australian Bureau of Statistics (2003) "Desmytifying chain volume measures", *Western Australian Statistical Indicators*, marzo, p. 16-25.

Bloem, A.M., Dippelsman, R.J., y Mæhle, N.O. (2001) *Quarterly National Accounts Manual. Concepts, data sources, and compilation*, International Monetary Fund, Washington DC, U.S.A.

Chow, G. y Lin, A.L. (1971) "Best linear unbiased distribution and extrapolation of economic time series by related series", *Review of Economic and Statistics*, vol. 53, n. 4, p. 372-375.

Denton, F.T. (1971) "Adjustment of monthly or quarterly series to annual totals: an approach based on quadratic minimization", *Journal of the American Statistical Society*, vol. 66, n. 333, p. 99-102.

Di Fonzo, T. (1987) *La stima indiretta di serie economiche trimestrali*, Cleup Editore, Padua, Italia.

Diewert, E. (1996) "Price and volume measures in the system of national accounts", en John W. Kendrick (Ed.), *The New System of National Accounts*, Kluwer Academic Publishers, New York, U.S.A.

Diewert, E. (2004) "Basic index number theory", en International Labour Organization, *Consumer Price Index Manual*, Geneva, Switzerland.

Eurostat (1996) *Sistema Europeo de Cuentas Nacionales, versión 1995 (SEC-95)*, Eurostat, Luxemburgo.

Eurostat y European Central Bank (2001) "Final report on seasonal adjustment of Quarterly National Accounts", Eurostat - European Central Bank, Documento Interno.

Eurostat (2004) "Chain-Linking in Quarterly National Accounts", Doc. Eurostat C2 / CN 542e, febrero.

Fernández, R.B. (1981) "Methodological note on the estimation of time series", *Review of Economic and Statistics*, vol. 63, n. 3, p. 471-478.

INE (2002) "Ajuste estacional y extracción de señales en la Contabilidad Nacional Trimestral", *Boletín Trimestral de Coyuntura*, n. 84, p. 129-151.

INE (2002) "Ajuste estacional y extracción de señales en la Contabilidad Nacional Trimestral", Banco de España, Documento de Trabajo n. 0210.

INE (2005) "Estimación avance de la Contabilidad Nacional Trimestral. Nota metodológica", Instituto Nacional de Estadística, Documento Interno.

ONU [Eurostat-FMI-OCDE-BM] (1993) *Sistema de Cuentas Nacionales, versión 1993 (SCN-93)*, ONU, New York, U.S.A.

Quilis, E.M. (2001) "Notas sobre desagregación temporal de series económicas", Instituto de Estudios Fiscales, Papeles de Trabajo n. 1/01.