



Tribunal de la Oposición al Cuerpo Superior de Estadísticos del Estado

Pruebas selectivas para el ingreso en el Cuerpo Superior de Estadísticos del Estado. Orden ECC/1517/2015, de 16 de Julio (BOE 27/07/2015).

SEGUNDO EJERCICIO

1.- Estadística.

Sean (X_1, \dots, X_n) e (Y_1, \dots, Y_m) dos muestras aleatorias simples de dos distribuciones independientes exponenciales de medias θ_1 y θ_2 , respectivamente con θ_1 y θ_2 mayores que 0.

- a) Demostrar que la expresión

$$T_X = \frac{2}{\theta_1} \sum_{i=1}^n X_i$$

tiene una distribución independiente de θ_1 . Identificar esta distribución.

- b) Basándose en el resultado anterior, definir una variable pivotal para construir un intervalo de confianza para el cociente de medias θ_1/θ_2 .
- c) Calcular la expresión del intervalo de confianza para θ_1/θ_2 con nivel de confianza $1-\alpha$.
- d) Construir la región crítica para contrastar la hipótesis $H_0: \theta_1=\theta_2$ frente $H_0: \theta_1 \neq \theta_2$.



Tribunal de la Oposición al Cuerpo Superior de Estadísticos del Estado

Pruebas selectivas para el ingreso en el Cuerpo Superior de Estadísticos del Estado. Orden ECC/1517/2015, de 16 de Julio (BOE 27/07/2015).

2.- Muestreo.

En una población de 20.000 empresas, se quiere estimar la facturación media \bar{Y} . Para ello, se obtiene una muestra aleatoria simple (sin reemplazamiento) de tamaño $n=5000$.

a) Si se dispone de una información auxiliar que es el número de asalariados para cada empresa, denotada por X, la media de asalariados en la población es $\bar{X} = 35$ y los datos muestrales disponibles son:

$$\hat{Y} = 5,5 \times 10^6 \text{ (Media muestral de Y)}$$

$$\hat{X} = 30 \text{ (Media muestral de X)}$$

$$s_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{Y})^2}{n-1} = 25 \times 10^{10}$$

$$s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{X})^2}{n-1} = 15$$

$$\hat{\rho} = 0,7 \text{ (Coeficiente de correlación lineal muestral entre X, Y)}$$

Se pide:

- Calcular el estimador de la razón para \bar{Y} . ¿Es insesgado?
- Calcular un estimador de la varianza del estimador de razón.

b) Si no disponemos de esa información auxiliar del apartado anterior, pero después de seleccionar la muestra, obtenemos información adicional sobre la actividad económica principal de las empresas, que permite clasificarlas en 3 grandes grupos: Industria (post-estrato 1 con $N_1=3000$), Comercio (post-estrato 2 con $N_2=6000$) y Servicios (post-estrato 3 con $N_3=11.000$).

Si en este caso la información muestral disponible en cada uno de los post-estratos (indicados por el subíndice $i=1, 2, 3$) es:

$$\hat{Y}_1 = 8 \times 10^6; \quad s_{y_1}^2 = 15 \times 10^{10}$$

$$\hat{Y}_2 = 4 \times 10^6; \quad s_{y_2}^2 = 20 \times 10^{10}$$

$$\hat{Y}_3 = 5 \times 10^6; \quad s_{y_3}^2 = 22 \times 10^{10}$$

Se pide:

- Calcular el estimador post-estratificado para \bar{Y} . ¿Es insesgado?
- ¿Cuál es la distribución de n_1 (tamaño muestral del post-estrato 1)? Calcular la media y la varianza de n_1 .
- Calcular un estimador de la varianza del estimador post-estratificado.
- Calcular un intervalo de confianza al 95% para \bar{Y} . ¿Qué significa este intervalo de confianza?
- ¿Cuál de los dos estimadores, el de razón o el post-estratificado, es más eficiente? Razone la respuesta.



Tribunal de la Oposición al Cuerpo Superior de Estadísticos del Estado

Pruebas selectivas para el ingreso en el Cuerpo Superior de Estadísticos del Estado. Orden ECC/1517/2015, de 16 de Julio (BOE 27/07/2015).

3. -Economía.

La información contable de una economía imaginaria correspondiente al año t es la siguiente:

VAB ramas primarias	25
VAB industria	170
VAB construcción	60
VAB servicios	700
Remuneración de los asalariados residentes	500
Remuneración de los asalariados no residentes por empleadores residentes	1
Remuneración de los asalariados residentes por empleadores no residentes	3
Consumo final colectivo efectivo de las AAPP	90
Impuestos netos de subvenciones sobre los productos	80
Otros Impuestos netos de subvenciones sobre la producción	10
Formación bruta de capital	205
Exportaciones de bienes y servicios	310
Importaciones de bienes y servicios	340
Rentas primarias netas recibidas del Resto del Mundo	-10
Transferencias corrientes netas recibidas del Resto del Mundo	-12
Tasa de variación anual en "t" del deflactor implícito del PIB	-0,5%

Las unidades monetarias que aparecen en la tabla son precios corrientes del año t.

Sabiendo que el PIB en t-1 a precios corrientes asciende a 1030 unidades monetarias, realice los siguientes cálculos para el año t:

- El PIB a precios corrientes y la tasa de variación anual en volumen
- El Excedente Bruto de Explotación /Renta mixta

- c) El Consumo final individual efectivo de los hogares
- d) El Ahorro bruto de la economía



Tribunal de la Oposición al Cuerpo Superior de Estadísticos del Estado

Pruebas selectivas para el ingreso en el Cuerpo Superior de Estadísticos del Estado. Orden ECC/1517/2015, de 16 de Julio (BOE 27/07/2015).

4. - Econometría.

Una investigadora con datos del año 2000 procedente de una encuesta longitudinal nacional realizada por la correspondiente institución oficial norteamericana dispone de información sobre las siguientes variables: salario por hora (SAL), en euros; años de escolarización (S), años de experiencia laboral (EXP); género; etnicidad (raza negra, raza hispana y raza blanca, estos últimos son aquellos que no son ni de raza negra ni hispana).

La investigadora elimina de la muestra a los hispanos, dejando 2135 blancos y 273 de raza negra, y define las variables binarias HOM y NEG. HOM toma el valor 1 para hombres, y 0 para mujeres. NEG es 1 para miembros de raza negra y 0 para blancos. Igualmente define LSAL como el logaritmo natural de la variable SAL.

La investigadora estima por MCO los modelos siguientes cuya variable dependiente siempre es LSAL

Modelo 1.- Variables explicativas: S, EXP, HOM, para toda la muestra

Modelo 2.- Variables explicativas: S, EXP, HOM, y NEG para toda la muestra

Modelo 3.- Variables explicativas: S, EXP, HOM, para solo blancos

Modelo 4.- Variables explicativas: S, EXP, HOM, para solo negros

Posteriormente, la investigadora define los siguientes términos de interacción (donde * se refiere a la operación producto):

$$SN = S*NEG$$

$$EN = EXP*NEG$$

$$HN = HOM*NEG$$

y ejecuta una quinta regresión, con la misma variable dependiente:

Modelo 5.- Variables explicativas: S, EXP, HOM, NEG, SN, EN, HN, y usa toda la muestra.

Los resultados se muestran en la siguiente Tabla, en la que no aparecen los datos de la regresión del modelo 4 y donde SCR es la suma cuadrática de los residuos y los valores entre paréntesis son los errores estándar.

	Modelo 1 toda la muestra	Modelo 2 Toda la muestra	Modelo 3 Solo blancos	Modelo4 Solo raza NEG	Modelo 5 Toda la muestra
<i>S</i>	0.124 (0.004)	0.121 (0.004)	0.122 (0.004)	V	0.122 (0.004)
<i>EXP</i>	0.033 (0.002)	0.032 (0.002)	0.033 (0.003)	W	0.033 (0.003)
<i>HOM</i>	0.278 (0.020)	0.277 (0.020)	0.306 (0.021)	X	0.306 (0.021)
<i>NEG</i>	—	-0.144 (0.032)	—	—	0.205 (0.225)
<i>SN</i>	—	—	—	—	-0.009 (0.016)
<i>EN</i>	—	—	—	—	-0.006 (0.007)
<i>HN</i>	—	—	—	—	-0.280 (0.065)
constante	0.390 (0.075)	0.459 (0.076)	0.411 (0.084)	Y	0.411 (0.082)
<i>R-cuadrado</i>	0.335	0.341	0.332	0.321	0.347
<i>SCR</i>	610.0	605.1	555.7	Z	600.0
<i>n</i>	2,408	2,408	2,135	273	2,408

Se pide lo siguiente (sea lo más completo y explícito que pueda en su respuesta, y utilice en su caso las tablas que acompañan este ejercicio)

1. ¿Qué significado tiene la variable constante en el modelo 5?
2. Calcular los coeficientes V, W, X e Y de la regresión del Modelo 4 (no calcular los errores estándar), y Z, el SCR perdido, explicando tus cálculos.
3. Dar una interpretación del coeficiente NEG de la regresión del Modelo 2.
4. Realizar un test tipo F del poder explicativo de NEG, SN, EN, y HN en la regresión del Modelo 5. Utilice la tabla adecuada de entre las que se le han proporcionado.
5. Dar una interpretación a los coeficientes de NEG, y HN en la regresión del Modelo 5.
6. Explicar si un test tipo t sobre el coeficiente NEG en la regresión del Modelo 2 es suficiente para mostrar que las ecuaciones de salarios son diferentes para trabajadores de raza blanca y negra.



Tribunal de la Oposición al Cuerpo Superior de Estadísticos del Estado

Pruebas selectivas para el ingreso en el Cuerpo Superior de Estadísticos del Estado. Orden ECC/1517/2015, de 16 de Julio (BOE 27/07/2015).

7. La investigadora realiza dos regresiones adicionales, una en la que la variable dependiente está formada por los residuos de la regresión del Modelo 5 (RESID), y otra por su cuadrado (RESID2). Las variables explicativas son las de la regresión del Modelo 5. Los R-cuadrado de dichas respectivas regresiones son los siguientes:

$$\text{R-cuadrado (RESID)} = 0.25$$

$$\text{R-cuadrado (RESID2)} = 0.26$$

Teniendo en cuenta esta información, indique

- (i) para qué sería necesario llevar a cabo un análisis de los residuos;
- (ii) qué tipo de contraste podría plantear;
- (iii) calcúlelo, si es posible, con la información disponible; en caso contrario indique por qué no se podría llevar a cabo.



Tribunal de la Oposición al Cuerpo Superior de Estadísticos del Estado

Pruebas selectivas para el ingreso en el Cuerpo Superior de Estadísticos del Estado. Orden ECC/1517/2015, de 16 de Julio (BOE 27/07/2015).

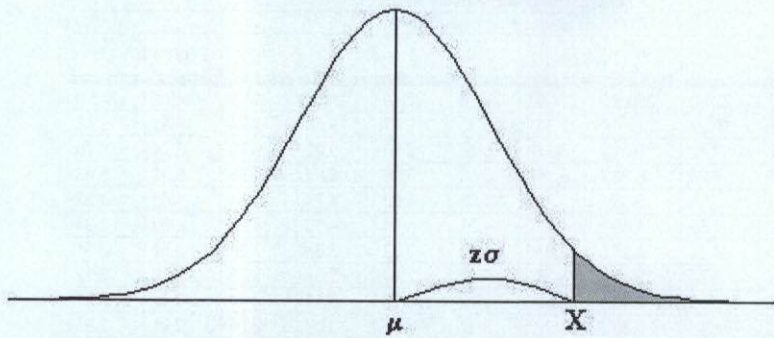
5.- Demografía.

- 1) Calcular los siguientes parámetros a partir de la tabla de datos (en miles) de un país, referidos a un año T cualquiera, que figura al final del enunciado.
 - a) Tasas de migración exterior con destino el extranjero.
 - b) Probabilidades de migrar al extranjero.
 - c) Sedentarios de la tabla en relación con la migración exterior.
 - d) Añada otro parámetro básico que pueda establecerse en una tabla de migraciones.
- 2) Calcule dos medidas agregadas relativas a la migración exterior a partir de los datos de la tabla. Comente sus resultados.
- 3) Qué medida de la intensidad inmigratoria exterior por grupos de edades puede elaborarse con los datos que suministran. Explique algunos elementos de esta medida: a) sus diferencias con una tabla de migración y b) su sentido probabilístico, así como otras consideraciones que resulten pertinentes.
- 4) Comente las principales magnitudes de la evolución demográfica para el total de la población mencionada durante el periodo.

	Población al inicio del año	Población al final del año	Defunciones	Migraciones entre provincias	Emigraciones hacia el extranjero	Inmigraciones desde el extranjero
0-4 años	2.422,8	2.320,4	1,5	24,6	25,0	18,0
5-9 años	2.440,5	2.478,1	0,2	21,1	21,6	13,8
10-14 años	2.226,7	2.267,6	0,2	16,1	20,4	16,0
15-19 años	2.165,6	2.140,7	0,4	18,2	23,7	23,4
20-29 años	5.343,3	5.121,9	1,5	108,9	125,7	79,4
30-39 años	7.761,9	7.484,1	3,8	137,9	163,9	57,1
40-49 años	7.522,8	7.547,3	10,8	71,5	90,0	34,3
50-59 años	6.079,9	6.212,0	23,7	37,3	43,2	22,0
60-64 años	2.502,3	2.492,8	17,6	13,5	11,7	9,8
65 y más años	8.262,1	8.442,9	330,9	40,1	22,6	17,3

TABLA 1: DISTRIBUCIÓN NORMAL

Áreas bajo la curva normal



Ejemplo:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$P [Z > 1] = 0.1587$$

$$P [Z > 1.96] = 0.0250$$

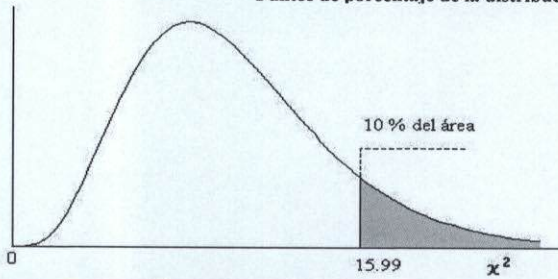
Desv. normal x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010

TABLA 2: DISTRIBUCIÓN F

		F Snedecor (valores críticos al 5%)											
		Grados de libertad en el numerador											
g.l denominador		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	243.9	245.9	
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.3	19.33	19.35	19.37	19.38	19.4	19.41	19.43	
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.06	
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.03	
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	
90	3.95	3.10	2.71	2.47	2.32	2.20	2.11	2.04	1.99	1.94	1.87	1.79	
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	

TABLA 3: DISTRIBUCIÓN χ^2

Puntos de porcentaje de la distribución χ^2



Ejemplo:
Para $\phi = 10$ grados de libertad

$$P[\chi^2 > 15.99] = 0.10$$

π ϕ	0.995	0.99	0.975	0.95	0.9	0.75	0.5	0.25	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	π ϕ
1	3.93E-05	1.57E-04	9.82E-04	3.93E-03	1.58E-02	0.102	0.455	1.323	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88	1
2	1.00E-02	2.01E-02	5.06E-02	0.103	0.211	0.575	1.386	2.77	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60	2
3	7.17E-02	0.115	0.216	0.352	0.584	1.213	2.37	4.11	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84	3
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	1.923	3.36	5.39	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86	4
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	2.67	4.35	6.63	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75	5
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.20	3.45	5.35	7.84	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55	6
7	0.989	1.239	1.690	2.17	2.83	4.25	6.35	9.04	12.02	14.07	16.01	18.48	20.3	7
8	1.344	1.647	2.18	2.73	3.49	5.07	7.34	10.22	13.36	15.51	17.53	20.1	22.0	8
9	1.735	2.09	2.70	3.33	4.17	5.90	8.34	11.39	14.68	16.92	19.02	21.7	23.6	9
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	6.74	9.34	12.55	15.99	18.31	20.5	23.2	25.2	10
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	7.58	10.34	13.70	17.28	19.68	21.9	24.7	26.8	11
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	8.44	11.34	14.85	18.55	21.0	23.3	26.2	28.3	12
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	9.30	12.34	15.98	19.81	22.4	24.7	27.7	29.8	13
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	10.17	13.34	17.12	21.1	23.7	26.1	29.1	31.3	14
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	11.04	14.34	18.25	22.3	25.0	27.5	30.6	32.8	15
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	11.91	15.34	19.37	23.5	26.3	28.8	32.0	34.3	16
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	12.79	16.34	20.5	24.8	27.6	30.2	33.4	35.7	17
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	13.68	17.34	21.6	26.0	28.9	31.5	34.8	37.2	18
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	14.56	18.34	22.7	27.2	30.1	32.9	36.2	38.6	19
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	15.45	19.34	23.8	28.4	31.4	34.2	37.6	40.0	20
21	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	16.34	20.3	24.9	29.6	32.7	35.5	38.9	41.4	21
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	17.24	21.3	26.0	30.8	33.9	36.8	40.3	42.8	22
23	9.26	10.20	11.69	13.09	14.85	18.14	22.3	27.1	32.0	35.2	38.1	41.6	44.2	23
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	19.04	23.3	28.2	33.2	36.4	39.4	43.0	45.6	24
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	19.94	24.3	29.3	34.4	37.7	40.6	44.3	46.9	25
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	20.8	25.3	30.4	35.6	38.9	41.9	45.6	48.3	26
27	11.81	12.88	14.57	16.15	18.11	21.7	26.3	31.5	36.7	40.1	43.2	47.0	49.6	27
28	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	22.7	27.3	32.6	37.9	41.3	44.5	48.3	51.0	28
29	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	23.6	28.3	33.7	39.1	42.6	45.7	49.6	52.3	29
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.6	24.5	29.3	34.8	40.3	43.8	47.0	50.9	53.7	30
40	20.7	22.2	24.4	26.5	29.1	33.7	39.3	45.6	51.8	55.8	59.3	63.7	66.8	40
50	28.0	29.7	32.4	34.8	37.7	42.9	49.3	56.3	63.2	67.5	71.4	76.2	79.5	50
60	35.5	37.5	40.5	43.2	46.5	52.3	59.3	67.0	74.4	79.1	83.3	88.4	92.0	60
70	43.3	45.4	48.8	51.7	55.3	61.7	69.3	77.6	85.5	90.5	95.0	100.4	104.2	70
80	51.2	53.5	57.2	60.4	64.3	71.1	79.3	88.1	96.6	101.9	106.6	112.3	116.3	80
90	59.2	61.8	65.6	69.1	73.3	80.6	89.3	98.6	107.6	113.1	118.1	124.1	128.3	90
100	67.3	70.1	74.2	77.9	82.4	90.1	99.3	109.1	118.5	124.3	129.6	135.8	140.2	100
Z_{α}	-2.58	-2.33	-1.96	-1.64	-1.28	-0.674	0.000	0.674	1.282	1.645	1.96	2.33	2.58	Z_{α}

Para $\phi > 100$ tómesese $\chi^2 = \frac{1}{2} Z_{\alpha}^2 + \sqrt{2\phi} Z_{\alpha} + \phi - 1$. Z_{α} es la desviación normal estandarizada correspondiente al nivel de significancia y se muestra en la parte superior de la tabla.

