

# La Estadística en Psicología

por

CARMEN SANTISTEBAN REQUENA

Dpto. Metodología de las Ciencias del Comportamiento  
Universidad Complutense. 28023 Madrid

## 1. INTRODUCCION

Son muchos y variados los programas que bajo las denominaciones de Estadística para Psicólogos, Psicoestadística o de Psicología Matemática, se imparten en las Facultades de Psicología de la Universidad Española, así como la distribución de sus enseñanzas en los distintos cursos de la licenciatura. No obstante, se puede decir que, en general, las enseñanzas de la Estadística básica están situadas en los dos primeros cursos de la carrera. Estos conocimientos básicos se ven ampliados y con mayor profundidad, en los planes de estudio de algunas Universidades, en disciplinas situadas en cursos posteriores, o bien, por exigencias de programa, en aquellas otras disciplinas que necesitan de la Metodología Matemático-Estadística para tratar adecuadamente algunos de sus temas.

En una primera aproximación se puede decir que las enseñanzas comienzan por un primer curso de Estadística Descriptiva y de Cálculo de Probabilidades, incluyendo aquellos temas más elementales que los alumnos traen, o deberían de traer, como bagaje de conocimientos y requisito previo para iniciar sus estudios universitarios. Una amplia introducción a la Estadística inferencial se suele impartir en un segundo curso.

La introducción al análisis de la Varianza y al Diseño de Experimentos, se suele hacer en el contexto de la disciplina, que se suele impartir en tercer curso, denominada como "Psicología Experimental". Esta disciplina no siempre está a cargo de los profesores de Metodología sino que, en algunas Universidades, se encuadra en el área de conocimientos de la Psicología Básica en la que su eje y centro se dicen ser los contenidos

psicológicos y no las metodologías asociadas a la Estadística y al Diseño Experimental.

Estadística Descriptiva, Introducción al Cálculo de Probabilidades y Estadística Inferencial, de cuyos contenidos haremos una exposición más detallada, son materias comunes en los dos primeros cursos de la licenciatura. Técnicas de Análisis Multivariante, Teoría de la Decisión, Análisis de Datos, Teoría de la Información, de la Detección de Señales, etc., son disciplinas o materias que solamente se imparten en algunas Universidades.

## **2. PROGRAMAS**

Los contenidos de los programas en los estudios de Psicología suelen responder, de forma más o menos pormenorizada, a los siguientes:

### **2.1. Estadística Descriptiva**

- Tablas y gráficos.
- Estadísticos de posición y dispersión.
- Distribuciones de frecuencias.
- Correlación lineal simple y regresión lineal simple.

### **2.2. Probabilidad**

En los cursos de Psicología, aún en los programas más elementales, se dan las bases probabilísticas de la Teoría de la Probabilidad frecuentista, como generadora de modelos que permiten medir la información que se tiene de los fenómenos aleatorios. La justificación para la enseñanza de estos temas es la de que en el campo de lo psicológico, los fenómenos aleatorios predominan sustancialmente sobre los deterministas, en parte debido a las técnicas requeridas para la observación y, en parte, a que es prácticamente imposible identificar y controlar todos los factores que intervienen en un fenómeno psíquico.

Los contenidos de los programas suelen responder a los de los siguientes epígrafes:

- Concepto de probabilidad.
- Probabilidades condicionadas y Teorema de Bayes. Sucesos independientes.
- Variables aleatorias. Funciones de probabilidad y de distribución.
- Valor esperado. Varianza y covarianza.
- Estudio de algunas distribuciones de probabilidad.

En estos programas, el punto de vista frecuentista de la probabilidad, a partir de la axiomática de Kolmogorov, no se vé ampliado con los de otras teorías de la probabilidad y sus conceptos asociados (probabilidad comparativa, lógica, subjetiva, etc.).

No se suele hacer un estudio detallado del "espacio de probabilidades", que es el soporte teórico de toda experiencia aleatoria.

En los estudios sobre la independencia de las variables aleatorias, los conceptos se tratan de forma casi intuitiva o muy elemental. Este tratamiento está muy alejado de los temas planteados en el problema del comportamiento de sumas de variables aleatorias independientes, el Teorema Central del Límite. Resultados básicos como el Teorema de Borel-Cantelli, del producto de esperanzas matemáticas, el problema de la convergencia (ley fuerte) y el de la estabilidad no tienen cabida, ni en los programas, ni en los textos de Estadística dirigidos a psicólogos.

No proponemos que se realice un estudio detallado de estos temas, pero si queremos hacer notar que el desconocimiento de los mencionados problemas asintóticos en Cálculo de Probabilidades, conduce a muchos equívocos en las aplicaciones en las que están involucrados estos conceptos.

En cuanto a las distribuciones de probabilidad, se suelen estudiar las distribuciones binomial y de Poisson entre las discretas, y la distribución normal entre las continuas; si bien, en algunos programas se encuentran referencias acerca de las distribuciones hipergeométrica y multinomial. No se estudian distribuciones de corriente aparición en los problemas y modelos psicológicos como son la exponencial, gamma y logarítmico-normal, entre otras.

Otras distribuciones tales como la  $t$  de Student, Ji-cuadrado de Pearson y F de Fisher-Snedecor, se suelen incluir en los programas en el capítulo general dedicado al estudio de las distribuciones de probabilidad. Creemos, sin embargo, que estas distribuciones deben estudiarse separadamente, o bien, hacer patente que estas distribuciones no se adoptan como modelos para variables observables, sino que aparecen como distribuciones asociadas a los procesos de muestreo, cumpliendo por lo tanto objetivos distintos de los que cubren las distribuciones probabilísticas anteriormente mencionadas.

El estudio de todas las distribuciones indicadas debe hacerse en los cursos básicos, dejando para los de especialidad la ley hipergeométrica, entre las discretas, gamma y logarítmico-normal, entre las continuas.

Como grupo de distribuciones diferenciado de los básicos de probabilidad, por sus especiales características muestrales, deben estudiarse en

ciertas especialidades la distribución beta y también la distribución de Dirichlet, como distribución  $k$ -variante análoga a la beta, básica en la teoría de probabilidad de los estadísticos ordenados.

El creciente uso de las técnicas multivariantes en todas las áreas de estudio de la psicología, hace imprescindible el estudio de la distribución normal multivariante, las de Wishart y sus relacionadas, entre las que se incluye la  $\Lambda$  de Wilks.

### 2.3. Estadística Inferencial

Los programas de estadística responden a una exposición de las técnicas que se derivan de la concepción frecuentista adoptada para el estudio de la probabilidad.

El enfoque clásico dado a las enseñanzas de la Estadística en Psicología se justifica porque, a pesar del desarrollo de nuevas tendencias, el enfoque dado a la mayor parte de los trabajos estadísticos prácticos hace que éstos se puedan encuadrar dentro de las ideas y métodos de Neyman, Pearson y Fisher. Por otra parte, las tesis más frecuentes acerca de los problemas no se conciben sin las ideas generales de la Inferencia Clásica.

Los programas más completos suelen estar compuestos por los siguientes contenidos:

- Introducción al muestreo.
- Estimación de parámetros: puntual y mediante intervalos de confianza.
- Introducción a los contrastes paramétricos de hipótesis.
- Contrastes de medias, varianzas proporciones y coeficientes de correlación y regresión.
- Pruebas de independencia y de bondad de ajuste.
- Introducción al Análisis de la Varianza y de la Covarianza.
- Algunas técnicas no paramétricas.

En estos programas se ofrecen los conceptos más elementales de la Inferencia Clásica, denominado aquí como clásica a la establecida por Fisher, Neyman y Pearson, que adopta como procedimiento para establecer resultados el punto de vista frecuentista en la probabilidad básica, sin hacer mención a otros métodos más recientes como son los de la Teoría de la Decisión y la Inferencia Bayesiana, que son aproximaciones al problema general de la Inferencia Estadística. Tampoco se hacen referencias a otros métodos menos relevantes, pero importantes en el desarrollo de la Estadística Matemática, como son la Inferencia Estructural, Fiducial, las aproximaciones por Teoría de la Información y por la Teoría General de la Verosimilitud.

Una de las objeciones importantes que se pueden hacer, más que a los programas a su forma de impartirlos, es la de que ya que en la raíz de la inferencia clásica están los problemas muestrales, éstos o no se explican con claridad, o no se insiste en ellos lo suficiente. Esta aseveración se hace en base a la experiencia personal, recogida en varias Universidades al recibir a los estudiantes en la disciplina de Psicometría, impartir cursos para postgraduados, cursos de doctorado y atender a los profesionales que acuden en busca de ayuda metodológica para la realización de sus trabajos.

Estas insuficiencias se evidencian en los estudiantes, y en postgraduados, al tratar con nociones tales como las de "espacio muestral", y "espacio paramétrico". Así como cuando se entra en consideraciones acerca del papel de los datos muestrales, como contenedores de la "información acerca del parámetro, o de los parámetros", o bien el del "estadístico" como función de la muestra que concentra esa información, y que a su vez es una variable aleatoria cuya distribución de probabilidad es conocida como la "distribución muestral del estadístico".

El problema de encontrar estimadores óptimos, los métodos generales para construirlos y el análisis de sus características, según cada método de construcción, no creemos que deba ser objeto de estos programas, pero sí debería incluirse en ellos una exposición que lleve al conocimiento de las propiedades de los estimadores y de su significado.

En aquellos programas en los que se abordan los problemas sobre estimación paramétrica, se suele incluir la estimación puntual pero, con excepción del sesgo, en algunos casos, no se suelen mencionar los criterios de clasificación de los estimadores según su bondad, la consistencia como comportamiento asintótico del estimador, la eficiencia por comparación de estimadores insesgados en términos de varianzas muestrales, o bien la suficiencia, que como también expondremos más adelante, es y ha sido tan importante para la introducción de los modelos Poissonianos de Rasch para los tests de lectura, y en general, para la generación de los modelos psicométricos actualmente encuadrados en la Teoría de la Respuesta al Item.

La estimación mínimo cuadrática se estudia indirectamente al tratar de los temas de regresión y ajuste. Esta forma de presentar el tema queda asociado en los discentes a un problema de "ajuste lineal" de una nube de puntos a una recta, pero no se concibe y se encuadra como un método general de estimación de parámetros, determinando en qué condiciones el método de mínimos cuadrados proporciona estimadores de varianza mínima.

Un tema que creemos que debe ser incluido en los programas es el de la estimación por máxima verosimilitud y sus propiedades. Los alumnos de-

ben conocer el método y el carácter asintótico de estos estimadores, utilizando el método en situaciones sencillas sobre muestras procedentes de distribuciones de probabilidad para ellos conocidas, y así, aprender la manera de ejecutar e interpretar los programas de computador actualmente disponibles a tal fin. Estos programas los va a utilizar posteriormente, al menos, en la disciplina de Psicometría, para llegar al conocimiento de la teoría y técnicas de construcción de tests.

Otro de los errores usuales, es el de la confusión de la estimación por intervalos de confianza con los conceptos inherentes a los contrastes estadísticos de hipótesis, en cuanto a la partición del espacio paramétrico. Estas confusiones se facilitan, o se inducen, entre otras razones, por la introducción en los programas de epígrafes tales como "Comprobación de hipótesis estadísticas en intervalos confidenciales", puesto que equívocamente se ponen en relación los intervalos de confianza con la determinación de las regiones de aceptación y crítica o de rechazo en el espacio paramétrico.

No menos interesante es el reconocimiento erróneo de que un intervalo de confianza construido para un parámetro con un nivel de probabilidad, por ejemplo, de  $p=0,99$  es "mejor" que otro con probabilidad  $p=0,95$ , sin tener en cuenta que un intervalo con  $p=1$ , o sea, con 100 % de confianza, siempre se puede construir, pero será tan amplio que no nos proporcionará la información estadística deseada. Por lo tanto, hay que familiarizar a los estudiantes con las expresiones y el sentido de obtener intervalos de confianza en casos concretos, calculando también intervalos no simétricos para reforzar el concepto de amplitud mínima, así como el hacerles establecer las relaciones entre el tamaño muestral y la precisión en la estimación.

Por otra parte, habrá que hablar de la distribución en el muestreo de algunos estadísticos básicos. El desconocimiento del sentido y del significado de la distribución muestral de cada uno de los estadísticos, lleva a errores en la aplicación de los tests estadísticos de hipótesis, y a que se hagan aseveraciones tales como la de que se acepta una hipótesis formulada como alternativa, olvidando que, en la enunciación de la hipótesis que se quiere contrastar, se trata de encontrar un estadístico de contraste tal que su distribución en el muestreo dependa de esa hipótesis, de forma que esa distribución muestral es distinta si se verifica esa hipótesis o bien su contraria, y que el contraste se realiza bajo el supuesto de que la hipótesis es cierta.

En cuanto a las ausencias, habrá que significar también que, a los tipos de error y a la potencia del test se le concede poca importancia y que la Inferencia No Paramétrica no está presente en todos los programas.

La no inclusión en los programas de las técnicas propias de la Inferencia No Paramétrica en los estudios de Psicología es incomprensible. Es evidente lo útiles que resultan éstos métodos, al permitir el que se puedan extraer conclusiones de las observaciones muestrales sin necesidad de formular supuestos con respecto a la forma matemática de la distribución poblacional; puesto que los estimadores no dependen de la forma funcional de la función de distribución de la población de la que se extrae la muestra.

Los programas que incluyen inferencia no paramétrica suelen tratar los temas siguientes:

- Comparación de medias. Prueba U de Mann-Whitney.
- El test de Wilcoxon para datos apareados.
- Comparación de K medias por la prueba de Kruskal-Wallis.

Los problemas de aleatoriedad de las muestras, y el test de rachas para contrastar la aleatoriedad de las observaciones de una muestra, no se suelen tratar en los programas.

La aplicación de la distribución Ji-cuadrado como test estadístico, se suele encontrar en los programas en el contexto de la inferencia, pero sin especificar que son pruebas no paramétricas las basadas en esta distribución, como son los tests de homogeneidad, independencia o de bondad de ajuste.

## 2.4. Análisis de la Varianza y Diseño Experimental

Las primeras nociones sobre Análisis de la Varianza, se suelen explicar como contenidos del programa de Estadística Inferencial, que en casi todas las Facultades se imparte en el segundo año de la licenciatura. Aplicaciones y ampliaciones de ésta técnica, así como las nociones de diseño y sus tipos, suelen formar parte de la disciplina de Psicología Experimental que, generalmente, se imparte en el tercer curso de la licenciatura.

El mayor o menor volumen de conocimientos estadísticos en cuanto a diseño y análisis ofrecidos a los alumnos en la disciplina de Psicología Experimental, muchas veces coincide con el que ella esté encuadrada en el área de Psicología de los Procesos Básicos o bien en el área de Metodología de las Ciencias del Comportamiento.

Gran parte de los contenidos de la disciplina de Psicología Experimental están dirigidos a la aproximación al conocimiento del proceso de investigación científica y a la familiarización del alumno con técnicas específicas de experimentación, así como de los diseños y análisis de los datos.

Se explican algunos tipos de diseño, utilizando como técnica base el

Análisis de la Varianza, pero no se dá una introducción general a los Modelos Lineales analizando los problemas estadísticos generales, pudiéndose pasar de un modelo a otro, o bien establecer, por ejemplo, la relación entre diseño y regresión.

Los programas suelen contener los siguientes temas:

- Análisis de la varianza de uno y dos factores.
- Introducción al diseño experimental: identificación y control de variables. Formulación de hipótesis.
- Diseños en bloques aleatorizados.
- Diseños factoriales.
- Introducción al análisis de la Covarianza.

El Análisis de la Regresión simple y múltiple, así como el análisis de la Regresión no lineal tiene cabida en algunos programas, dentro de la disciplina de Psicología Matemática, en un segundo o tercer año de estudios, haciéndose las pertinentes especificaciones acerca del modelo y del análisis estadístico adecuado en cada caso, y de las implicaciones que conlleva la violación de los supuestos.

Poco, o muy poco, se profundiza en dos técnicas muy útiles en el análisis de los datos en Psicología como son:

a) El Análisis de la Covarianza para el control de las variables concomitantes, y la reducción del error experimental, que se puede utilizar en conjunción con diseños de aleatorización completa, con bloques aleatorizados, cuadrados latinos o experimentos factoriales.

b) El estudio de las Superficies de Respuesta para analizar problemas en los que algunas variables independientes influyen sobre una variable dependiente, o respuesta, donde el objetivo es el de optimizar ésta respuesta, no se encuentra incluido en los programas de Estadística para psicólogos ni en los de Psicología Experimental.

## **2.5. Técnicas de Análisis Multivariante**

Las técnicas multivariantes se han introducido en algunos programas de los estudios de Psicología, bien en los últimos cursos de la licenciatura, o bien en los del tercer ciclo, puesto que los profesionales de la Psicología van haciendo un uso cada vez mayor de éstas técnicas. Los programas oficiales suelen contener los temas:

- Fundamentos de cálculo matricial.
- Regresión y correlación múltiple.

- Correlación canónica.
- Componentes principales.
- Análisis factorial.
- Análisis discriminante.
- Análisis de conglomerados.

Si bien, profundizando en algunos programas se evidencia que las enseñanzas están más dirigidas al uso de paquetes de programas, como el BMDP, que a descubrir los fundamentos y condiciones con que estas técnicas se aplican.

## 2.6. Computación y Simulación

En todas las Universidades se suele introducir a los alumnos en el uso del computador, conteniendo sus respectivos planes de estudio disciplinas específicas, dentro del área de Metodología, destinadas a tal fin. En la Universidad Complutense, por ejemplo, bajo la denominación de Proceso de Datos y Simulación, se ofrece como optativa una disciplina cuyo programa dice pretender, en su enunciación de objetivos: a) "ofrecer a los psicólogos un lenguaje de ordenador (Fortran 77) para que ellos elaboren sus propios informes"; b) "Introducir a los alumnos en las técnicas de simulación de los procesos psicológicos utilizando el lenguaje anterior y c) "Introducir a los psicólogos en el manejo y aplicación de paquetes de programas estandarizados con objeto de que analicen sus datos y sepan interpretarlos".

## 3. DISCUSION

### 3.1. Sobre los programas

La revisión expuesta se ha realizado sobre una gran cantidad de programas, y las diferencias que se encuentran entre éstos y los de disciplinas análogas en estudios universitarios, específicos de otras licenciaturas, están, más que en los contenidos, en la declaración de intenciones de los objetivos con los que se abordan las disciplinas, donde se encuentran frases como esta: "se estudiarán los métodos de la Estadística que son utilizados en Psicología, insistiendo en su fundamentación y en la interpretación, en términos psicológicos, de los resultados obtenidos".

Interpretamos nosotros que, esa "interpretación de los resultados estadísticos en términos psicológicos" no es tal, sino la explicación del significado en relación con el contenido psicológico, en cada caso concreto. En general, los niveles de explicación e interpretación de la metodología esta-

dística son adecuados y consideramos como excepción a aquellos docentes que promueven la estadística sin fórmulas, así como a aquellos que promulgan que en la aplicación de la Estadística a ciertas áreas psicológicas, para analizar los datos, sólo es necesario el computador, un programa y una explicación psicológica, que no matemática, de los resultados.

Con la pobreza de ciertos programas de Estadística para psicólogos en algunas Universidades españolas (en muchas de las cuales Psicología es una Sección de las Facultades de Filosofía y Ciencias de la Educación) contrasta la preocupación cada vez mayor que en la comunidad científica se observa por la pureza del método, y una utilización cada vez más generalizada, de todo tipo de técnicas estadísticas para el estudio de los problemas psicológicos y la generación de nuevos métodos que, una vez sistematizados y formalizados, se van incorporando al cuerpo general de la doctrina de la Estadística Matemática.

Libros como "Statistical and Methodological Issues in Psychology and Social Sciences Research" (G. Keren, 1982) contienen capítulos dedicados a temas como las relaciones entre la naturaleza de la medida y los métodos o técnicas para analizar los datos, una segunda parte dedicada al análisis de la varianza y regresión múltiple entre cuyos temas finales se incluyen algunos conceptos básicos de robustez y estadísticos robustos; una tercera parte está compuesta por capítulos dedicados a aproximaciones Bayesianas, y por último se tratan las series de tiempo y el análisis de datos categóricos.

La segunda edición de la obra "Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences" de J. Cohen (1988), y los programas de ordenador de R. B. Anderson (1981), G. E. Dallal (1987) y R. F. Haase (1986), publicado éste último en la revista "Educational and Psychological Measurement", son un buen exponente de la preocupación por la potencia de los tests estadísticos.

Esta preocupación por la pureza y aplicabilidad del método se advierte en artículos tales como los de R. L. Fowler (1985) y H. Friedman (1982) sobre propiedades de tests de hipótesis publicados en el "Journal of Applied Psychology" y en "Educational and Psychological Measurement" respectivamente, el de D. J. Ozer (1985) sobre correlación y coeficiente de determinación publicado en el "Psychological Bulletin", el libro de J. D. Stevens (1986) "Applied Multivariate Statistics for the Social Sciences", la reedición en 1982 del libro de C. J. Pedhazur sobre regresión múltiple, etc.

En relación con los contenidos de los programas concernientes a los propios del Cálculo de Probabilidades, habría que plantearse si, además de la noción de variable aleatoria, funciones de probabilidad, probabilidades

conjuntas y condicionadas, etc.; no habría que entrar, al nivel adecuado, en áreas de estudio de la Psicología, como son la Psicometría, la Psicología Matemática y la Psicofísica, en conceptos tales como los de funciones generatrices, cumulantes, procesos estocásticos y en el estudio de algunas distribuciones, además de las obligadas (binomial, Poisson y normal), como pueden y deben ser las distribuciones asociadas a los procesos de muestreo, así como aquellas otras distribuciones conocidas por su utilidad en estas áreas, como son las de Cauchy, exponencial, logística y la distribución gamma.

En los estudios de Psicometría, para el estudio de las nuevas aportaciones que se van haciendo sobre la teoría de los tests, es necesario hacer una pequeña ampliación a los contenidos que usualmente se imparten en los programas de las disciplinas de Estadística en Psicología. En el ámbito de la teoría de la probabilidad, son imprescindibles conocimientos acerca de las distribuciones exponencial y de la logística, así como nociones de procesos estocásticos, y de la distribución gamma para el estudio de aquellas variables que dependen del tiempo.

En cuanto a los conocimientos propios del ámbito de los Métodos Estadísticos, no se pueden comprender algunos de los modelos propuestos, ni su aplicabilidad, si no se tienen claros conceptos como el de suficiencia de un estimador, o que los estimadores de máxima verosimilitud son los asintóticamente más eficientes y asintóticamente normales, con varianza asintótica mínima. Estos conceptos están íntimamente ligados a la estimación del parámetro aptitud, o rasgo, que puede medir el test, así como a la de la cantidad de información del test o de sus items.

La introducción de estos temas se hace necesaria porque el estudio de los nuevos modelos psicométricos, que fueron en sus inicios a finales de los años 60 conocidos como "Modelos del Rasgo Latente", denominación que actualmente se está reemplazando por la de la "Teoría de la Respuesta al Item", se van incorporando a los cursos generales de la licenciatura en Psicología, y ya forman parte de los contenidos de la disciplina de Psicometría en casi todas las Universidades españolas.

### **3.2. Ampliación de curriculum**

Los estudios en Psicología Matemática, Psicometría y Psicofísica, requieren también conocimientos que van más allá de los impartidos en los cursos comunes de la licenciatura y que deberían darse en cada especialidad, como son, los Procesos Estocásticos, el Escalamiento Multidimensional, la Teoría de la Decisión, la de la Utilidad y la Teoría de Grafos y Relaciones Algebraicas.

## TEORÍA DE GRAFOS Y RELACIONES ALGEBRAICAS

La Teoría de Grafos y Relaciones Algebraicas han sido muy utilizadas en el estudio de sociogramas y redes de comunicación y actualmente se utilizan para el estudio de estructuras cognitivas. El estudio de las redes neuronales formalizado en lenguaje lógico, se reestructura con la herramienta del Cálculo Matricial.

## PROCESOS ESTOCASTICOS

De hecho, se pueden encontrar obras como la de J. T. Townsend y F. G. Ashby (1983) que lleva por título "Stochastic Modeling of Elementary Psychological Processes". Una obra, en la misma línea, pero más completa, es la de R. D. Luce sobre tiempos de reacción, publicada en 1984. La obra de Luce "Response Times: Their Role in Inferring Elementary Mental Organization" dedica un primer capítulo al estudio de estas cuestiones: variables aleatorias, funciones de distribución y densidad, independencia y probabilidad condicionada, muestras aleatorias, tamaños muestrales, funciones generatrices (convolución, momentos, cumulantes), y un apartado para introducir los conceptos más elementales de los procesos estocásticos. En el capítulo 3 trabaja con variables gaussianas, exponenciales y gamma. En los contenidos de los capítulos 8 y 9 se usa con profusión los procesos de recorrido aleatorio, procesos aditivos como son los de Poisson y difusión, así como los procesos de renovación.

Por ello, creemos adecuado que en cursos avanzados, de especialidad, o en el tercer ciclo se haga una introducción a la teoría de los procesos estocásticos.

En los contenidos se deben establecer rigurosamente las bases de los procesos estocásticos, mediante la construcción del espacio probabilístico, y los temas fundamentales de la teoría general de la medida, insistiendo en las ideas esenciales y prescindiendo de toda demostración; pasando a dar una clasificación general de los procesos, indicando los elementos principales que los distinguen: la naturaleza del espacio de estados, el índice paramétrico y las relaciones entre las variables aleatorias.

Se debe realizar el estudio de los procesos con incrementos independientes, de Markov, estacionarios y martingalas prestando especial atención en cuanto a un estudio más pormenorizado a los procesos de Poisson, a los gaussianos (Wiener) y a los débilmente estacionarios (Series de Tiempo).

## ESCALAMIENTO MULTIDIMENSIONAL

Propugnamos el estudio de las técnicas de Escalamiento Multidimensional (MDS), porque se han desarrollado y aplicado, fundamentalmente en

Psicofísica y muy especialmente en medidas de percepción, como un método muy general de representación de datos.

El MDS introducido por Torgerson y desarrollado posteriormente por Shepard, Kruskal, Guttman, Young, Lingoes, Benzecri y Carroll, entre otros, permite construir una configuración de puntos, conocida una determinada información sobre las distancias o disimilaridades entre pares de estímulos, sujetos u objetos. Esta información sobre las distancias puede venir dada mediante estimaciones directas, deformaciones de las distancias, ordenación de los estímulos, errores debidos a causas aleatorias o de aproximación numérica, etc. Las versiones de representación por métodos no métricos "Multidimensional Unfolding", el "Análisis de puntos de vista" y el "Análisis Individual de Proximidades" INDSCAL (Individual Differences in Multidimensional Scaling) o la versión CANDELING, o bien PINDIS (Proxustean Individual Differences Scaling), que incluye al INDSCAL, se corresponden con las aportaciones hechas a este campo y que ya son de uso corriente.

## TEORÍA DE LA DECISIÓN Y UTILIDAD

La Teoría de la Decisión, como estudio de un proceso en el que, a partir de la evaluación de ciertos elementos se analiza la acción o decisión que se considera óptima para el sujeto, posee un valor innegable en los estudios de Psicología.

La modelización de los procesos de decisión, como la capacidad humana de realizar una sucesión de elecciones, cuyo conjunto configura una conducta, es actualmente objeto de estudio tanto de Estadísticos como de Psicólogos.

Una relación somera de los contenidos propios de la licenciatura en Psicología, y que ya se imparten en algunas Universidades, son los que explican el concepto del proceso de decisión, los elementos o componentes que se consideran en el problema (decisor, contexto, acciones, preferencias, consecuencias), la identificación y diferenciación de contextos (ambientes de certidumbre y de riesgo), los aspectos descriptivos o normativos, etc.

Las relaciones de orden y la axiomática de von Newman-Morgenstern para establecer las conexiones entre esas relaciones y la utilidad, así como la axiomática de Savage, y la construcción de curvas de utilidad, haciendo un análisis crítico de éstas curvas de utilidad individual con el comportamiento frente al riesgo, creemos que son tópicos que deben de ser tratados aún en los cursos generales de la licenciatura, dejando para cursos especiales la profundización en éstos temas, así como el estudio pormenorizado de los criterios de decisión y el cálculo de las funciones de pérdidas y de riesgo (de Bayes, minimal de Wald, etc.).

## DETECCION DE SEÑALES

La Teoría de la Detección de Señales en Psicología, está basada en la correspondiente Teoría Estadística de la Detección de Señales, con supuestos de la Teoría de la Decisión Estadística, que cualquier estudiante de Psicología debe conocer.

Multitud de temas, además de los citados, se pueden incluir como necesidades de una Psicología que en sus especialidades, hace más y más uso, acertadamente o no, de la metodología Matemático-Estadística en toda su profundidad. El cálculo de Probabilidades, la teoría de los Procesos Estocásticos, la Teoría de la Decisión, etc., citados, son temas actualmente presentes en su metodología de investigación como ayuda a la explicación de sus contenidos.

### 3.3. Consideraciones finales

Aún cuando estemos convencidos de la conveniencia de que el investigador y el profesional estén en posesión de los conocimientos indicados, estamos aún más convencidos de la inutilidad, más aún, de lo pernicioso que es, tanto para el usuario, el docente o el alumno, el llegar a creer que se sabe de todo aquello de lo que se ha leído o se ha oído hablar. El acumular una gran cantidad de información en cuanto a "recetas" condensadas en fórmulas y/o en paquetes de programas de computador, no faculta para entender e interpretar adecuadamente los procedimientos que se están utilizando, ni los resultados.

Los alumnos de Psicología deben tener conocimiento, aún cuando se llegue a él a través de las aplicaciones, de la unidad, a la vez que de la diversidad, de la Estadística. No creemos, por lo tanto, que los docentes deban limitarse a exponer la técnica estadística como propia del caso concreto en el que ésta tiene aplicación en la Psicología; sino que, debe incidir en lo que conceptualmente representa y en su aplicabilidad a otras situaciones y a otras ciencias. Cuando no se hace así, el alumno tiende a identificar el método como propio de ese problema en particular, y no extrapola a otras situaciones, lo que implica un considerable sesgo en su formación.

En la exposición que se ha realizado acerca de los contenidos de Estadística en la rama de Psicología, aparece un mensaje que puede percibirse como doble, y en algún sentido contradictorio, pero no es así. Puesto que por una parte, se aboga por una ampliación de los contenidos, pero por otra, se aconseja que se limiten a lo que razonablemente se puede llegar a conocer en cada caso.

Mi propuesta es pues:

Conocimientos básicos y bien cimentados de Estadística Descriptiva, Probabilidad y Estadística Inferencial, tanto paramétrica como no paramétrica, para los cursos comunes. Por ello, creo que para todos los estudiantes de la licenciatura en Psicología son adecuados la mayor parte de los programas actuales, si bien, como ya conocen del bachillerato y COU los primeros conceptos de Estadística Descriptiva y Probabilidad, éstos se deben de obviar o de reducir, asegurándose antes, mediante cualquier tipo de prueba, de cuál es el nivel de conocimientos que en esas materias los alumnos aportan procedentes de esos estudios anteriores.

Algunas enseñanzas específicas como las ya indicadas, Técnicas de Análisis Multivariante, Procesos Estocásticos, Teoría de la Decisión, etc., deben ser obligatorias para ciertas especialidades, como son las de Psicología Matemática, Social, Industrial o Psicofisiología.

# **Comentarios a la enseñanza de la Estadística en Psicología**

## **Sobre el aprendizaje de la Estadística**

**HELIO CARPINTERO**

Universidad Complutense de Madrid

Quando se aprende un segundo idioma, distinto del materno, ¿cuánto tecnicismo filológico se está dispuesto a soportar? ¿Cuánto lenguaje convencional se va a incluir, con frases hechas listas para ser usadas en las mil andanzas de cada día? Análogamente, cuando se estudia estadística, no para convertirse en especialista en la materia sino para trabajar en ciencias humanas, en psicología en concreto, ¿hasta dónde habría que llegar a profundizar en aquella materia?

Debo aclarar desde el principio que mi punto de vista sobre el buen –o mal– uso de la estadística, está influido por mi condición de usuario. Sin especiales luces, sin formación profunda, siempre empujando por la prisa del trabajo que requiere para su acabamiento la elaboración cuantitativa que se pide a la estadística, me he hecho una y otra vez la misma pregunta que arriba formulo. Creo que es mi única justificación para procurar aquí presentar mi respuesta a la invitación que desde la revista se me hace.

Hablar del uso de la estadística facilita las cosas para entender dónde veo el problema. Este radica en la conexión del usuario con un instrumento complejo y delicado, análoga a la que media en la relación hombre-máquina, y en la necesidad de elaborar una adecuada 'interface' entre ambos.

No carece de precedentes esta comparación de la estadística con un instrumento. Hace ya muchos siglos que Aristóteles se refirió a la lógica

como "órganon" o instrumento para el pensamiento, para la ciencia. Luego, pasados varios siglos, Condillac llegaría a decir que la ciencia es un lenguaje bien hecho. Al cabo, un instrumento, y una lengua lo es, no es sino un conjunto de elementos ordenados, que operan transformando o produciendo resultados mediante ciertos impulsos o esfuerzos indiferenciados recibidos y su propia estructura especializada, que se aplica sobre determinados materiales. Lo importante en el instrumento, para quien lo emplea de modo mecánico, no está en las variables o pasos intermedios que transforman la acción del usuario en una serie de procesos, sino en el punto de partida –el problema y sus materiales, o datos con los que contaba– y en la meta que se busca –la solución o interpretación, luego aprovechada para ulteriores fines.

En general, el usuario que acude al tratamiento estadístico de los datos reunidos en algún tipo de búsqueda o investigación está primordialmente interesado en resolver ésta, y lo que demanda de aquel es la clarificación de la dependencia o no de ciertas interacciones entre distintas dimensiones del fenómeno estudiado. Busca, en el fondo, precisar la estructura de relaciones funcionales entre sus distintas variables. Conoce bien éstas, en muchos casos solo entrevé globalmente el tipo de solución que le satisfaría, e ignora con precisión qué hacer entre esos dos extremos.

Ciertamente, esto tiene un nombre. El usuario lo que quiere en el fondo es disponer de un buen recetario de manipulaciones. Necesita un libro de cocina, un **cookbook** donde guiarse, para saber qué ir haciendo con los materiales de que dispone.

Por supuesto, necesita otras muchas cosas. Necesita, desde luego, conocer y distinguir las variedades de materiales que maneja, y las constricciones que estas ponen. Necesita ver con claridad si se trata de relaciones a establecer con variables cualitativas o no; si emplea medidas repetidas sobre los mismos sujetos, o no; si se mueve entre distribuciones paramétricas, o no; y tantas otras cosas más, que debe tener claras desde el comienzo de su estudio, y que constituyen la lógica general de indagación. Necesita, sobre todo, tener muy nítido en la mente qué es y qué no es 'estadísticamente significativo', y cómo las condiciones de esta relación pueden variar aumentando o disminuyendo las muestras, o encontrando pruebas más potentes que las usadas antes si ello es posible. Y necesita, en muchísimas ocasiones, tener ante los ojos un modelo, que sirva de paradigma, y cuya lógica pueda ir siguiendo mediante razonamientos de simple analogía, poniendo datos propios en los esquemas del modelo. Porque así, y no de manera distinta, trabaja mucha de la gente que ha de emplear esas técnicas. Y si esto no es difícil encontrarlo referido al análisis de varianza, a la correlación o a la regresión, es algo menos asequible de

hallar referido al análisis discriminante, al 'path-analysis' o al análisis factorial de correspondencias, tan útil en muchos de nuestros trabajos.

Dicho esto, queda por ver cuál es el recetario ideal. En general, un recetario es mejor cuando todos y cada uno de los pasos a cumplimentar en la confección de un producto están especificados, y a ser posible medidos, cuantificados; cuando posee un vocabulario preciso y bien definido, y cuando, en fin, dispone de ejemplos concretos que sirvan de modelo al principiante. Además, los recetarios tienen que tener presente el tipo de materiales con que se va a trabajar. Es decir, ayudan más aquellos que tienen en cuenta el 'hardware' que se emplea. Lo que quiere decir que hay que contar con que hoy innumerables trabajos estadísticos se hacen empleando programas de ordenador, cuyas posibilidades y cuyas salidas de resultados hay que estar en condiciones de interpretar.

Mi experiencia me dice, sin embargo, que semejante posición pragmática suele ser poco estimada, y nada bien vista, por los especialistas que enseñan disciplinas estadísticas en las licenciaturas.

Se dice, con razón, que bajo las técnicas más elementales, hay toda una lógica de los conceptos, una serie de conocimientos indispensables, e incluso un vocabulario especializado que debe conocer el investigador. Hay aquí, como en otros muchos casos, una reivindicación de la dimensión 'conceptual' frente a la habilidad 'manual'. Es la lucha del gastrónomo frente al cocinero; del conductor frente al mecánico; del fisiólogo frente al quiropráctico; o del simple usuario frente al técnico especialista. Es un debate en que, a mi ver, todos tienen razón, pero sucesivamente. El usuario quiere siempre comenzar a solventar sus problemas dentro del nivel en que él se halla situado; reclama pues prioridad para el saber hacer aquí y ahora lo que ha de hacer con los datos que tiene. Y el técnico tiene razón en cuanto que el manejo de ciertos instrumentos no es ni puede ser obra de la magia, sino de la habilidad del hombre, y en numerosas ocasiones ha de hacerse una readaptación de su funcionamiento a los datos, un ajuste al caso individual que se tiene entre manos, y todo ello requiere en el usuario una comprensión general de su operación. Es decir, el uso del instrumento hace necesario un conocimiento científico mínimo general de introducción al mismo, y tantas veces como haya que corregir o ajustar sus condiciones a las coordenadas singulares de la ocasión. Evidentemente, este recurso a la base teórica viene exigido por la situación, y el usuario lo entiende entonces como plenamente justificado.

A mi modo de ver, cualquier enseñanza de un saber instrumental debe movilizar al sujeto motivándole desde el logro de aquellos fines que espera obtener con el uso de lo aprendido. Si la estadística es un lenguaje, cosa que ciertamente creo que es, ha de ser sin duda una lengua viva, y no

muerta ni embalsamada por su respectiva filología. Un lenguaje con que dar sentido a los hechos, y también con el que hablar al especialista para que ayude a refinar los procedimientos de análisis a emplear.

Yo quisiera haber aprendido bien la estadística que permite describir y sobre todo, inferir. Que permite, sobre todo, comparar distintas muestras, establecer sus diferencias, y estructurarlas en configuraciones de dependencia, agrupando unas y separándolas de otras; que pondera el peso de ciertas variables dentro de un conjunto, que muestra tendencias y evolución de datos en ciclos. Es decir, yo quisiera haber aprendido bien las cosas que conocen bien los estadísticos, los especialistas, los profesionales de esta disciplina, en diversas ramas de las ciencias humanas.

Mi reflexión precedente no se aplica a lo que saben, ni a lo que investigan, que es mucho y valioso, sino a la manera como lo aproximan al lego, a la didáctica con que se le podría llevar de la mano hacia su comprensión profunda y activa. Sobre todo, mientras lleguen a los estudios de humanidades personas que carecen de una formación matemática rigurosa, como es la situación actual, e incluso personas que aún no se han aproximado a un ordenador personal ni siquiera movidos por la curiosidad. Creo que a partir de la aceptación del modelo pragmático, de recetario, que aquí se propone, es tarea del especialista llegar a construir instrumentos educativos, y planear programas de enseñanza, donde de forma paulatina se logre proporcionar al estudiante la familiaridad buscada con el pensamiento que subyace al razonamiento estadístico, de forma que sea capaz de ir comprendiendo formas más complejas y sofisticadas de tratamiento de datos. Ayudaría tal vez a ello tener en cuenta cuáles son la media, y la moda, y la desviación típica, de las mentalidades de nuestros estudiantes al llegar y al salir del estudio de estas disciplinas, y con un acercamiento pausado y realista, empezar a trabajar desde el nivel real en que hoy se mueven.

## COMENTARIO

ANA JULIA GARRIGA TRILLO

Universidad Nacional de Educación a Distancia

Aunque en general estamos de acuerdo con los puntos de vista de la autora hemos encontrado algunos aspectos que nos gustaría señalar.

En cuanto a la consideración de la introducción al análisis de varianza en la Psicología Experimental (tercer párrafo de la parte Introducción) he de decir que si bien es cierto que los diseños se suelen tratar en esta asignatura (o en la Metodología y Teoría de la Psicología o Teoría de la Ciencia) el

análisis de varianza, y también el de covarianza, se suelen tratar en la Estadística Inferencial, como la misma autora señala posteriormente en el primer párrafo de la sección sobre Análisis de Varianza y Diseño Experimental. Este suele ser un curso de segundo de carrera.

Una divergencia más importante es la consideración de la Psicología Matemática como área de conocimiento distinta de la Psicofísica y de la Psicometría como se señala en el séptimo párrafo de la Discusión y en el párrafo incluido en la Ampliación de Curriculum. En ambos lugares la autora separa la Psicología Matemática, la Psicometría y la Psicofísica (en el primero las tres áreas y en el segundo sólo la Psicología Matemática y la Psicofísica) como distintas áreas de estudio en Psicología. Está aceptado unánimemente en nuestra área (la Psicología Matemática) que la Psicofísica es parte de la Psicología Matemática y no un área aparte. De hecho cuando Fechner escribió su libro "Principios de Psicofísica" (en 1860), impulsando la Psicología Científica, originó la Psicología Matemática (aunque hay citas aisladas anteriores sobre posibles "nacimientos" conjuntos de ambas disciplinas). Así, la Psicología Matemática y la Psicofísica nacen juntas. Posteriormente el uso de modelos matemáticos aplicados a la Psicología se amplía y pasa a agrupar otras "subdisciplinas" como es el caso de la Psicometría. De hecho, recientemente, en algunas Universidades extranjeras, se ha añadido el prefijo "Quantitative" al de "Mathematical Psychology" para dejar claro que se incluye dentro de ella a la Psicometría.

Diferimos también en varios aspectos relacionados con el escalamiento multidimensional. En el párrafo sobre Ampliación de Curriculum la divergencia de opinión se centra en el hecho de que el Escalamiento Multidimensional es una técnica multivariada y ya se incluye como tal en diversos cursos de tercer ciclo, en programas del segundo curso de estadística (sobre todo en los nuevos programas presentados en concursos recientes de Profesores Titulares) y en cursos opcionales de postgrado.

En cuanto a las razones para propugnar el estudio del Escalamiento Multidimensional, recalamos que las aplicaciones más importantes de dicha técnica no sólo se dan en la Psicología (Psicología Social y en Psicofísica-Percepción) sino en Sociología, Antropología, Economía y Pedagogía. Es un método que partiendo de unas semejanzas (o no-semejanzas, distancias o pseudodistancias) entre un conjunto de puntos (individuos, objetos o variables) o de cierta información acerca de estas distancias, busca una configuración para los puntos iniciales que determinaron las semejanzas. Es como tratar de descubrir la "estructura oculta" de bases de datos.

En cuanto al Escalamiento Multidimensional clásico, éste fue desarrollado por Torgerson (1958) y ampliado posteriormente por Shepard y Kruskal, Guttman, Young, Lingoes, Benzecri, Carroll y otros.

En relación con la Teoría de la Detección de Señales ésta, en realidad, no es una teoría psicológica sino matemática basada en la Estadística Matemática y en trabajos sobre comunicaciones electrónicas. Es desarrollada por matemáticos e ingenieros en la Universidad de Michigan (Peterson, Birdsall y Fox, 1954) y en Harvard y el Massachusetts Institute of Technology (Van Meter y Middleton, 1954). Sus supuestos son encontrados en la Teoría de la Decisión Estadística y todo estudiante de Psicología debería conocerla. De hecho se suele estudiar en la Psicología Experimental cuando ésta se encuentra en el Departamento de Psicología Básica y/o en las asignaturas de Psicología General, Percepción o Procesos Básicos.

## **Un punto de vista sobre la docencia de la Estadística en Psicología**

VICENTE PONSODA

Universidad Autónoma

El trabajo de la doctora Santisteban "La Estadística en Psicología" me sugiere algunas ideas, que voy a intentar desarrollar a continuación. Unas hacen referencia a qué contenidos debemos transmitir a nuestros alumnos, y otras a cómo debemos hacerlo. El objetivo de mi comentario es doble: en primer lugar, quiero aprovechar esta oportunidad para expresar mi punto de vista sobre la docencia de los contenidos que vengo impartiendo durante catorce años (aunque pueda resultar sorprendente, son muy escasas las oportunidades de discutir los aspectos docentes de nuestra actividad universitaria). En segundo lugar, el trabajo de la doctora Santisteban se ocupa preferentemente de los contenidos, pero no tanto de cómo impartirlos. Intentaré complementar su trabajo, introduciendo mi punto de vista.

### **a) Contenidos**

Conviene distinguir dos aplicaciones diferentes de la Estadística en Psicología.

La inmensa mayoría de los trabajos que, desde hace muchos años, se hacen en Psicología requieren de la Estadística. Unos comienzan planteándose una hipótesis, llevan a cabo un experimento, y realizan contrastes estadísticos que informen sobre la hipótesis de partida. En otros trabajos, se realizan estudios de tipo más exploratorio que de contraste de hipótesis, y también, en este caso, se recurre a la Estadística. Por ello, los trabajos

que se publican en Psicología tienen un apartado de "Resultados" en los que aparecen tablas, gráficas y técnicas estadísticas muy diversas (uni y multivariadas, paramétricas y no paramétricas, y descriptivas e inferenciales).

Pero la Estadística (y la Matemática, en general) también se utiliza en la formulación de teorías o modelos formales del comportamiento humano y animal. Esta manera de elaborar teorías despegaba con fuerza a partir de 1950, cuando comienza la formalización de algunas teorías del aprendizaje, y origina lo que actualmente entendemos por Psicología Matemática. En esos años, se propone que el proceso de aprendizaje se puede representar por una cadena de Markov discreta, en la que cada unidad a aprender se encuentra en cada ensayo en uno de " $k$ " estados, las probabilidades de pasar de un estado a otro en un ensayo se proponen en la matriz de transición; y la relación entre cada estado de aprendizaje y cada posible respuesta observada, en la matriz de respuestas. Esta forma de teorizar se ha extendido a otros muchos campos psicológicos, aunque su extensión no ha alcanzado de la misma manera a todos ellos. En estos trabajos, se utiliza la Estadística en la elaboración del modelo y, obtenidos los resultados experimentales, en la estimación de los parámetros del modelo y en su contrastación empírica. Evidentemente, requieren más aparato estadístico que los trabajos que se valen únicamente de la Estadística como técnica de análisis de datos, pues a las técnicas de contraste de hipótesis hay que añadir las de la estimación de parámetros (por métodos estadísticos y por métodos numéricos), los procesos estocásticos, otras distribuciones de probabilidad (exponencial, gamma, ...), que no aparecen asociadas a los estadísticos de contraste más frecuentes, la distribución de la suma de variables aleatorias, etc.

La distinción anterior es pertinente porque lo primero a decidir es si hemos de preparar a "todos" nuestros alumnos a ambas actividades o sólo a la primera. Para mí la respuesta es clara y rotunda: la formación básica en Estadística de "todo" psicólogo ha de estar orientada a que pueda analizar estadísticamente los datos que él mismo obtenga, y a que pueda entender adecuadamente la metodología estadística de los trabajos publicados en cualquier área de la Psicología. Evidentemente, algunos estudiantes se dedicarán a elaborar modelos formales del comportamiento, entonces, el Plan de Estudios debería posibilitar la formación estadística complementaria requerida, proponiendo varias asignaturas optativas que complementen sus conocimientos estadísticos básicos y otras en las que se impartan las herramientas matemático-estadísticas propias de su campo sustantivo (por ejemplo, la teoría de los sistemas lineales, a los interesados en la percepción). En lo que sigue, cuando me refiero al alumno, me refiero al alumno medio de nuestras Facultades, y no al estudiante especialmente

interesado en contenidos que exijan la formación estadístico-matemática complementaria antes mencionada.

En la práctica, la distinción no es tan clara, ya que en la asignatura Psicometría se pueden incluir modelos formales, cuya cabal comprensión requiere la estimación de parámetros, distribuciones de probabilidad diferentes a las utilizadas en análisis de datos,... Pero hecha esta salvedad, la enseñanza de la Estadística en la inmensa mayoría de nuestras Facultades de Psicología consiste en la Estadística descriptiva e inferencial tradicional y en algunas nociones de Probabilidad, necesarias en Estadística inferencial. Esta idea ha guiado la elaboración de los libros de Estadística para psicólogos de más tradición en el área (Amón, 1978a, 1978b). En la actualidad, la idea sigue vigente si bien se han incluido, a nivel introductorio, otros temas como series temporales, técnicas multivariadas, el modelo lineal general, entre otros, en diferentes Facultades. Al comparar los índices de los libros de Estadística para psicólogos, con los de Estadística aplicada, sin más, se aprecian algunas diferencias, impuestas por las peculiaridades derivadas de la aplicación a la Psicología. Ordinariamente, se elimina lo relativo a números índices, medidas de asimetría y curtosis, se incluyen más medidas de la relación entre variables y aparecen con cierto detalle las técnicas basadas en el análisis de la varianza apropiadas al diseño de experimentos. Estas y otras exclusiones han sido comentadas en el trabajo de la doctora Santisteban y no me extenderé más en ello. También podemos encontrar alguna que otra técnica construida ad hoc para tratar situaciones que se presentan específicamente en el ámbito psicológico, tratamientos estadísticos de datos cuando el número de observaciones es muy pequeño, efectos de las violaciones de los supuestos de las técnicas, etc.

Antes de considerar la docencia de estos contenidos, expondré otros argumentos, más próximos a la situación de nuestras Facultades, que refuerzan los enunciados anteriormente.

En primer lugar, es verdad que los alumnos han debido estudiar Estadística antes de ingresar en la Universidad, pero es lo cierto que en nuestra Facultad en la asignatura Psicoestadística I (Descriptiva, nociones de Probabilidad y primeras nociones de Inferencial), en el pasado curso, ha aprobado sólo el 20 % de los alumnos matriculados. Es, por lo tanto, evidente que tiene sus riesgos dar por sabido los conceptos más básicos. Y en segundo lugar, ordinariamente disponemos de una o dos asignaturas anuales para impartir la formación estadística. El problema, entonces, es que el tiempo es escaso y hay que seleccionar contenidos. En este sentido, yo entiendo que no aparezcan en los programas los contenidos que la doctora Santisteban querría ver incluidos: la normal multivariante, más Estadística no paramétrica, más muestreo, otras distribuciones univariadas de probabi-

lidad, la teoría de la utilidad, ... Sencillamente, incluirlos supondría tener que sacar de los programas otros temas, o tratar todo con excesiva superficialidad. No digo que la situación actual es la deseable, digo que no es fácil incluir responsablemente muchos más contenidos, y digo más, todavía será más difícil en los planes de estudios que se avecinan. Mi opinión es que si se ha de incluir algún contenido debe ser con el criterio de que en los programas aparezcan las técnicas de más utilidad en Psicología, lo que nos debe llevar a preguntarnos, con más frecuencia de lo que lo hacemos, qué técnicas no explicadas aparecen con más frecuencia en los trabajos psicológicos. Con ese criterio quizás debieramos pensar en incluir, como formación estadística a todos los alumnos, lo más básico de las técnicas multivariadas, pues hay contenidos psicológicos curriculares (estudios sobre la personalidad, la selección de personal,...) que se valen profusamente de dichas técnicas (especialmente de la regresión múltiple y del análisis factorial). Lo dicho tiene un grave y obvio inconveniente. Si enseñamos las técnicas de más uso, nuestros alumnos utilizarán previsiblemente las técnicas que les enseñamos, y en el futuro tendremos que seguir explicando las mismas técnicas, pues siempre serán las de más uso, y nunca les instruiremos en las más modernas y poderosas que se vayan descubriendo. Este problema lo intentamos afrontar cada docente a su manera, introduciendo alguna que otra técnica que escapa al criterio anterior, pero a mí me parecería imprudente, por poner un ejemplo, instruir a los alumnos solamente en las técnicas bayesianas, por muy bayesiano que fuera el profesor, pues son todavía muy escasamente utilizadas en Psicología.

### ***b) ¿Cómo explicar los contenidos?***

Los profesores del área estamos, creo yo, bastante de acuerdo con los contenidos que debemos explicar, pero no sé si lo estamos tanto en cómo hacerlo. Conviene tener presente que voy a exponer mi punto de vista, pero relacionado con la situación de nuestras Facultades, es decir, teniendo muy en cuenta el condicionante de que cada docente ha de instruir y calificar a unos doscientos alumnos, y que son cien los alumnos que tiene en el aula. Esta advertencia es importante, porque hace inaplicables propuestas que están siendo utilizadas con éxito en otras universidades (por ejemplo, del Reino Unido), como son las clases eminentemente prácticas, con grupos de tamaño muy reducido.

#### **1) *Docencia práctica:***

Nuestra tarea es impartir Estadística aplicada a la Psicología, y su carácter aplicado afecta no sólo a los contenidos, como hemos visto anteriormente, lo debe hacer sobre todo a cómo los hacemos llegar a los alumnos.

Además, nuestros planes de estudios suelen incluir en los primeros cursos las materias menos psicológicas y menos aplicadas, de forma que el alumno tiene la idea de que en los primeros cursos se le suministran conocimientos, cuya utilidad comprobará en los últimos cursos, lo cual hace que vivan estos primeros cursos como continuación de los no universitarios, en cuanto a su escasa utilidad inmediata.

Por ello, en mi opinión, es muy importante o incluso imprescindible que el alumno vea la utilidad en Psicología de cada técnica. Yo procuro comentar sucintamente tras cada técnica un trabajo psicológico que la haya utilizado, haciendo ver que la técnica informa sobre la hipótesis que el investigador intenta poner a prueba y comentando su mayor o menor adecuación (si se cumplen los supuestos, si habría otras técnicas ya estudiadas alternativas, etc.). De nuevo el problema es que lo anterior supone un tiempo adicional de preparación de la clase y de exposición. Para mí, en cualquier caso, es muy conveniente hacerlo así. Mi impresión es que los alumnos aceptan mucho mejor la asignatura cuando se les muestra, clase a clase, su utilidad, y eso contribuye a un clima más receptivo y facilitador de la transmisión de conocimientos. Un ejemplo. Peterson y Miller (1964) propusieron a sus sujetos experimentales la tarea de predecir el valor que se obtendría al extraer al azar un valor de una distribución marcadamente asimétrica que tenían ante ellos. En una primera condición, cuando la predicción no coincidía con el valor extraído, la persona perdía un cierto número de puntos, y no perdía nada cuando coincidía. En una segunda condición, la cantidad perdida era proporcional al valor absoluto de la diferencia entre el valor extraído y el predicho. Y en una tercera condición, la cantidad perdida era proporcional al cuadrado de la diferencia entre el valor extraído y el predicho. Se intentaba ver si las personas predecían o no óptimamente. De hacerlo así, deberían predecir la moda, la mediana y la media, respectivamente, en las tres condiciones anteriores. En mi opinión, exponiendo trabajos como éste, el alumno presta más atención a las propiedades de los índices de tendencia central, de lo que lo haría si únicamente los exponemos en clase, sin mostrarles ninguna aplicación a la Psicología.

Hay técnicas cuya aplicación exige la utilización de los ordenadores. Con la enorme difusión de los ordenadores personales, y la posibilidad de utilizar en ellos los paquetes de programas estadísticos, yo creo que es imprescindible allanar a los alumnos el camino para que puedan utilizarlos. En nuestra Facultad dedicamos dos o tres horas de clase, anualmente, a instruir a los alumnos en lo básico del funcionamiento de un ordenador (su puesta en marcha, sistema operativo y un sencillo procesador de textos). Posteriormente, tras cada técnica multivariada, se les muestra el conjunto de instrucciones del paquete BMDP que permitiría analizar el mismo ejem-

plo numérico que habíamos resuelto manualmente al exponer la técnica. Comentamos brevemente el conjunto de instrucciones y la salida del ordenador, y se les hace ver en qué partes de la salida se encuentran las soluciones que habíamos obtenido al resolver manualmente el ejemplo numérico.

En cuanto a los ejemplos numéricos, son muy útiles en general. Los alumnos entienden mejor lo que se les explica, si lo ven plasmado en un ejemplo concreto. Pero aquí cabe de lleno el problema de las "recetas". El alumno puede creer que al saber aplicar el procedimiento que se ha seguido en un ejemplo numérico (por ejemplo, en un contraste sobre la igualdad de dos varianzas), ya conoce suficientemente bien el contraste y evidentemente eso no es así. Ha de saber más sobre el contraste que la mera aplicación de la "receta". En particular, ha de saber distinguir si está ante muestras relacionadas o no, la distribución del estadístico de contraste si hubiésemos puesto en el numerador la varianza que pusimos en el denominador, qué ocurriría si utilizamos varianzas muestrales sesgadas, etc. En segundo lugar, los ejemplos numéricos no son tan útiles cuando su resolución les exige cálculos complicados. Cuando un alumno calcula una media, las operaciones que ha de realizar le pueden dar información sobre lo que la media es. Algo parecido ocurre cuando calcula una correlación de Pearson; sin embargo, no ocurre lo mismo cuando calcula el producto de matrices que da como resultado el vector de pesos en regresión múltiple, o cuando calcula los autovalores y autovectores de la matriz de varianzas-covarianzas, en componentes principales. En estos casos, la mera realización de los cálculos informa (al alumno medio) bastante poco acerca del significado del resultado que obtiene. Evidentemente, para los que conocen bien el cálculo matricial, las operaciones que dan como resultado el vector de pesos en regresión si informan sobre las características del resultado final, pero ese no es el caso de nuestros alumnos. Quiero decir con lo anterior, que la realización de ejemplos numéricos siempre cumple la función aludida en primer lugar: dar seguridad al alumno del dominio de la técnica (seguridad, en ocasiones perniciosas), y sólo en ocasiones cumple la función esclarecedora sobre las propiedades de la técnica que se está aplicando. Es más, en ocasiones, puede dar tan poca información aplicar manualmente la técnica, como obtener el resultado dando al ordenador un conjunto de órdenes. En ninguno de los dos casos, el procedimiento dice nada al estudiante sobre las propiedades de lo que quiere obtener.

## 2) *Docencia teórica:*

Amón (1978a, página 7), respecto a cómo ha de enseñarse la Estadística aplicada a la Psicología afirma: "No basta con que (el psicólogo) sepa aplicar unas cuantas fórmulas de modo más o menos mecánico. Es necesario que conozca el fundamento y la deducción de las mismas, así como las

condiciones exigidas por cada técnica estadística para que su utilización resulte válida". Esta forma de pensar ha influido poderosamente en muchos docentes. Hemos demostrado cuanto podíamos, teniendo en cuenta el nivel matemático de los alumnos, y hacerles las clases no demasiado insostenibles. Conviene no olvidar que una buena parte de nuestros alumnos ha elegido Psicología tras varios fracasos en las asignaturas matemáticas previas a la Universidad. Entonces, muy frecuentemente, las demostraciones quedaban sólo parcialmente terminadas, en parte se desarrollaban y en parte se acudía al socorrido "se demuestra que". Hoy soy menos partidario de las demostraciones y creo que conviene evitar las demasiado largas, aunque sí demuestro las más cortas y fácilmente seguíbles por mis alumnos. En cualquier caso, creo que hay una forma alternativa de hacerles llegar parte de la información que la demostración debiera suministrarles. A esto me voy a referir a continuación.

Una alternativa a las demostraciones es transmitir a los alumnos, de palabra, sin pizarra, las condiciones en las que se basa la fórmula final, y cuándo se puede aplicar. Pero yo creo que hay otro procedimiento más eficaz que la mera verbalización de las condiciones que llevan a la fórmula final. La idea inicial la tomé de un ejemplo de Amón (1978a, página 195) en el que se dan unos pares de datos  $(x, y)$ , siendo  $y = f(x)$ , pero la correlación de Pearson es cero. Para mí, el ejemplo permite mostrar claramente una propiedad importante de dicho coeficiente de correlación. Pues bien, la idea es valerse de ejemplos numéricos muy bien elegidos y bien preparados que muestren las propiedades de la técnica, y procedo especialmente así en la iniciación a las técnicas multivariadas que explicamos a todos los alumnos de tercer curso. Por poner un ejemplo, en Componentes principales, se parte de las puntuaciones de " $n$ " personas en " $p$ " variables, dispuestas en la matriz  $X_{n,p}$  y queremos llegar a las puntuaciones que tendrían en " $p$ " nuevas variables  $(Y_1, Y_2, \dots, Y_p)$  tales que no correlacionen entre sí, expliquen la varianza que explican las  $X$ s, y que  $V(Y_1) \geq V(Y_2) \geq \dots \geq V(Y_p)$ . Desde luego, si se sigue la demostración se ve claramente que las nuevas variables tienen las propiedades antes enunciadas. Mi idea es que ejemplos numéricos bien elegidos facilitan al alumno la comprensión de estas propiedades. Consistirían en la presentación de pares de matrices  $X$  e  $Y$ , y se trataría de encontrar qué matrices  $Y$  no presentan las propiedades que debe presentar la obtenida tras aplicar correctamente la técnica. Para una misma matriz  $X$ , se ofrecerían diversas matrices  $Y$ . En unas, se cumpliría la no correlación entre las  $Y$ s, en otras no; en unas, la suma de las varianzas será la suma de las varianzas de las  $X$ s, y en otras no; en unas, la varianza mayor de las  $Y$ s será inferior a la mayor de las  $X$ s, y en otras no. Este tipo de ejemplos facilita la comprensión de las propiedades de las nuevas variables y hace que el alumno preste más atención a dichas

propiedades de lo que lo haría si éstas sólo se enuncian verbalmente. En este sentido, estos ejemplos informan sobre las propiedades de la técnica, al igual que lo hace la demostración. La misma idea ha sido defendida recientemente por Rogers (1989), aunque valiéndose de varias utilidades informáticas para mostrar y comprobar las propiedades de la técnica estadística.

Los ejemplos propuestos más arriba no sustituyen las demostraciones en dos aspectos importantes. En primer lugar, si se sigue la demostración se comprueba que a partir de unos supuestos claramente establecidos se llega a cierto resultado. En los ejemplos se "cuelan" circunstancias particulares (p.e., el orden de la matriz) que el alumno puede terminar asociando a las propiedades de la técnica que se quieren comprobar. Y en segundo lugar, las demostraciones tienen un papel formativo que no tienen los ejemplos. Yo creo que es útil que el alumno vea que las afirmaciones científicas han de estar sólidamente fundamentadas. El ejemplo más claro de esto lo da la Matemática y yo creo que es bueno que el alumno adquiera, en lo posible, el hábito de basar en sólidos argumentos cualquier afirmación científica. La presencia de las demostraciones en nuestras clases podría contribuir a afianzar dicho hábito.

Otra manera de llamar la atención sobre las propiedades de los resultados consiste en la realización de simulaciones. Por ejemplo, en regresión múltiple, se comprueba fácilmente que el vector de pronósticos es la combinación lineal de los vectores  $x_1, x_2, \dots, x_p$  que correlaciona más con el vector criterio. A los alumnos se les puede mostrar un diagrama de flujo sencillo en el que se vea la lógica de la simulación, y cómo el resultado del programa es justamente el vector de pesos que la regresión múltiple dio como resultado.

### **Comentario final**

El profesor universitario tiene una doble tarea: la creación de nuevos conocimientos y su transmisión. En lo relativo a la docencia de la Estadística aplicada a la Psicología, caben varios acercamientos diferentes, pero no son tantos o no son tan diferentes si el proponente tiene en cuenta la realidad de nuestra universidad. Creo que la propuesta que he expuesto en cuanto a contenidos y forma de impartirlos es una propuesta (¿demasiado?) realista, se acomoda a nuestras circunstancias y no estoy especialmente insatisfecho con sus resultados. Evidentemente es mejorable, y mi deseo sería que se publicaran otros puntos de vista acerca de la docencia de la asignatura, y que los trabajos que este número de la Revista Estadística Española fuesen una llamada de atención a los profesores del área, de

manera que, entre todos, corrijiésemos algo el enorme desequilibrio que aún hoy hay a favor de la primera tarea del profesor universitario.

Resumiendo, en cuanto a los contenidos, quizás destacar la conveniencia de explicar a un nivel introductorio y a todos los alumnos las principales técnicas multivariadas. En cuanto a la forma de impartir los contenidos, quizás menos énfasis en las demostraciones (especialmente en las complicadas), pues hay otros procedimientos para hacer llegar al alumno las propiedades de las técnicas. En cualquier caso, el alumno debería captar, clase a clase, que la asignatura es Estadística aplicada a la Psicología, y eso ha de notarse tanto en los contenidos como en la manera de explicarlos. En cuanto a los contenidos, he propuesto un criterio de inclusión (y exclusión) de técnicas, consistente en incluir en el programa las técnicas de más uso. Operativamente esto podría hacerse recogiendo cuáles son las técnicas más utilizadas en las principales revistas de la Psicología teórica y aplicada. En cuanto a la forma de impartirlos, creo que es esencial hacer ver al alumno la utilidad en Psicología de cada técnica, lo que puede quizás conseguirse exponiendo su utilización en un trabajo psicológico, que se comentaría en clase.

## REFERENCIAS

- AMON J. (1978a) "Estadística para psicólogos. Estadística descriptiva". Pirámide. Madrid.
- AMON J. (1978b) "Estadística para psicólogos. Probabilidad y Estadística inferencial". Pirámide. Madrid.
- PETERSON C. y MILLER A. (1964) "Mode, median, and mean as optimal strategies" *Journal of Experimental psychology*, 68(4), 363-367.
- ROGERS R. L. (1989) "Using the microcomputer as a visual aid in the statistics classroom". *Behavior research methods, Instruments & Computers* 21(2), 96-98.

## **Psicología y Matemática. Reflexiones sobre la formación matemática del psicólogo**

**MARIANO YELA**

Universidad Complutense de Madrid

La Revista de Estadística Española me ha pedido que comente el trabajo de la profesora Santisteban. Es una invitación que me honra y agradezco. La considero como una muestra de aprecio de mis modestos y ya lejanos intentos de introducir los principios y técnicas matemáticas y estadísticas en la formación del psicólogo, más bien que como una consulta a mi supuesta competencia de especialista, que estoy muy lejos de poseer. Fui tal vez un iniciador, no soy ahora un maestro. Mis maestros en estas cuestiones son los que, al correr de los años, han sido mis discípulos o alumnos, directos o indirectos.

Pero se me ha solicitado mi parecer y lo doy con mucho gusto. Haré unas breves reflexiones generales sobre la formación matemática del psicólogo y acerca de algunos de los problemas más salientes que plantea.

Por lo pronto, creo que la exposición de la doctora Santisteban es abarcadora y acertada. Denota un conocimiento profundo de los actuales programas de enseñanza en nuestras Facultades y Secciones de Psicología. Muestra, además, una certera comprensión de las necesidades, no del todo atendidas, que el estudiante, el investigador y el profesional de la psicología tienen respecto a la elaboración, comprensión y aplicación de la matemática. Hay que añadir, por lo demás, que estas necesidades no serán nunca del todo cubiertas, porque cada día, por fortuna para la insaciable curiosidad de la ciencia y la inagotable complejidad de los fenómenos psicológicos, surgen nuevas aspiraciones, nuevos problemas y nuevos procedimientos para abordarlos.

Lo primero que hace patente el trabajo que comento es el amplio desarrollo que las materias matemático-estadísticas han experimentado en el curriculum de nuestros psicólogos. Hoy ocupan en él un espacio muy considerable y son aceptadas, en general y con estimulantes excepciones, como una vía importante y en muchos casos imprescindible, aunque nunca exclusiva, para el estudio y la investigación básica y aplicada. No siempre ha sido así. Lo sé por experiencia. Empecé a introducir estas enseñanzas en los programas de psicología en España hace unos cuarenta años, no sin dificultades y resistencias. Mis exposiciones elementales de estadística,

psicometría y análisis factorial han sido ampliadas, corregidas y perfeccionadas por numerosos psicólogos, que han colocado a un alto nivel de competencia y rigor el extenso repertorio teórico e instrumental de la metodología de las ciencias del comportamiento. En años más próximos el estudio de estas cuestiones ha recibido un nuevo impulso con la mayor preparación matemática de los psicólogos y la incorporación al profesorado de especialistas procedentes de Facultades Técnicas y de Ciencias Exactas, como es el caso de la doctora Santisteban. No es extraño que la enseñanza de estas materias se haga sobre bases cada vez más firmes y rigurosas y que se vayan señalando insuficiencias y lagunas en lo que veníamos haciendo. Se ha establecido, y espero que se intensifique, una colaboración entre psicólogos con una seria formación matemática y matemáticos con una creciente formación psicológica. Es una colaboración necesaria para la investigación y la docencia.

La profesora Santisteban ha considerado, sobre todo, el lado docente de la cuestión y se ha atenido, casi exclusivamente, al examen del contenido de los programas. Es, por supuesto, un aspecto capital. Pero no el único. La cuestión exige armonizar el rigor y la amplitud teórica con la eficacia didáctica.

Los psicólogos deben ser, sin duda y ante todo, psicólogos. Su tarea es estudiar los fenómenos psicológicos. Toda su formación y sus actividades indagadoras y profesionales han de inscribirse en este contexto. Pero cuando utilizan la matemática deben hacerlo, ante todo y sin duda, correctamente. Y para hacerlo así deben comprenderla y dominarla, al menos en las áreas y en la medida que sus pesquisas psicológicas requieran. Es nefasto que, como suele suceder, un psicólogo reúna datos sobre algún problema psicológico y luego acuda al metodólogo para que le indique qué técnicas matemáticas tiene que utilizar para analizarlos. Las técnicas matemáticas no son artilugios que pueden conferir significación a cualquier tipo de datos. Un grave peligro que constantemente amenaza y con frecuencia perturba a la psicología es la proliferación de trabajos que encubren su indegencia psicológica con un aparato matemático impertinente, rutinario y supérfluo. La matemática sólo es fecunda si se aplica a ideas psicológicas valiosas, que merezca la pena precisar matemáticamente o matemáticamente contrastar con los datos empíricos.

Lo principal para el psicólogo es la observación sistemática y fiel de hechos y regularidades empíricas que sean relevantes en el campo de la conducta y la personalidad. La selección de estos campos no es asunto matemático. Es asunto exclusivamente psicológico y a la consideración psicológica debe estar subordinada toda consideración matemática. Sin embargo, el rigor y la precisión en el registro y ordenación de los hechos y

la expresión precisa de las regularidades depende de los procedimientos matemáticos que se usen y que deben ser elegidos —y, en su caso, elaborados— previamente, y no a posteriori, para ajustarse a los fines de la observación, a las características de los datos y a las condiciones en que éstos se indagan. Una de las exigencias principales en la formación matemática del psicólogo es el dominio de técnicas para la recogida, ordenación y análisis de datos de observación. Es un campo muy atendido hoy por la metodología psicomatemática, estudiado cada vez con más amplitud en las publicaciones de nuestros psicólogos, pero que no ha encontrado todavía suficiente lugar en nuestro curriculum docente.

Hay que añadir, en seguida, que el psicólogo, como todo científico, aspira a ir más allá de la constatación de hechos y regularidades. Pretende comprenderlos y explicarlos. Lo fundamental para el psicólogo es, entonces, elaborar ideas, conceptos y constructos, hipótesis y teorías. De nuevo, todo ello es asunto psicológico, no matemático. La matemática interviene aquí para formar y expresar las ideas e hipótesis psicológicas de la manera más precisa posible; para derivar de ellas, con mayor poder deductivo que el que permite el razonamiento verbal y con la máxima garantía de coherencia lógica, las consecuencias observables que de esas hipótesis se siguen, y para, finalmente, comparar de forma estricta y objetiva las previsiones hipotéticas con las efectivas observaciones experimentales o empíricas.

Creo, en suma, que, en la formación del psicólogo, la matemática debe estar siempre al servicio de la psicología y que no es aconsejable confiar la docencia de estas materias a matemáticos sin una profunda preparación psicológica, al menos en algún área de la psicología, ni a psicólogos sin una profunda preparación matemática, al menos en las áreas pertinentes de las ciencias exactas.

Al psicólogo le interesa el desarrollo y aplicación de una matemática cualitativa, tanto o más que el dominio de técnicas cuantitativas. La naturaleza de los fenómenos psicológicos, en los que los aspectos y las relaciones cualitativas suelen ser predominantes y decisivos, exige el uso creciente de procedimientos matemáticos fundamentados en las correspondencias entre estructuras empíricas y estructuras formales, que no tienen que ser necesariamente numéricos ni, cuando lo sean, apoyarse en supuestos métricos excesivamente exigentes. El uso, por ejemplo, de la topología, iniciado de forma más bien heurística y metafórica por Kurt Lewin, apenas está aludido en nuestros programas.

Otro ejemplo paradigmático lo constituye un problema muy conocido y constante en psicología. Consiste en que con frecuencia se dispone, en un determinado campo de la conducta, de un número prácticamente ilimitado de variables o atributos empíricos y observables y se pretende descubrir las

variables teóricas fundamentales que puedan explicar las relaciones observadas o confirmar o refutar hipótesis acerca de tales variables teóricas. El estudio de las covariaciones entre las variables empíricas demanda más el uso de índices y procedimientos nominales y ordinales de proximidades subjetivas y frecuencias que el empleo de covarianzas y correlaciones entre medidas que no suelen constituir una escala de unidad constante. Al psicólogo le interesa el desarrollo y aplicación de técnicas como el análisis de correspondencias, de agrupamientos y de grafos, y, a la vez, el manejo de algoritmos más estrictamente métricos, como el análisis factorial lineal, tanto exploratorio como confirmativo, para comprobar la convergencia o disparidad de los resultados obtenidos con los dos enfoques e ir aclarando el alcance, las limitaciones y la robustez de los dos tipos de análisis.

Asimismo, el influjo en el comportamiento humano de factores múltiples de índole biológica, subjetiva, cultural y social, tanto comunes a grupos como peculiarmente modulados por cada individuo, exige el constante desarrollo y empleo de técnicas capaces de comprobar, en series secuenciales y temporales y a diversos niveles de complejidad de la conducta, tanto la previsible estabilidad como la previsible variación de los resultados en diferentes personas, tiempos y situaciones. El estudio de procedimientos matemáticos para la validación de constructos y para la evaluación de la personalidad y de la terapia y modificación meliorativa de la conducta en casos individuales es otro de los campos hoy en continua innovación, que todavía no figura con suficiente amplitud en nuestros programas.

Es urgente y de suma importancia incorporar a nuestros planes docentes o ampliar en ellos los aspectos que la doctora Santisteban señala, como la consideración de diversos conceptos de probabilidad, el estudio de ciertas distribuciones canónicas hoy poco atendidas, el aprovechamiento mayor de las técnicas de inferencia no paramétrica y del análisis de covarianza o el tratamiento más extenso de las teorías de la decisión, de la utilidad y de los métodos de simulación, si bien todas estas cuestiones son abordadas por nuestros psicólogos en sus investigaciones y, en alguna medida en sus clases, aunque no estén suficientemente organizadas en los programas al uso. Hace falta, sin duda, atender a estos aspectos. Hace falta, también, atender a otros, como los que antes he indicado.

En último término, la matemática significa, a mi juicio, para las ciencias empíricas y, por consiguiente, para el conocimiento psicológico, en la medida en que éste se configura como ciencia empírica y experimental, dos cosas principales. Una es la elaboración de sistemas ideales a los que pueda recurrir el hombre de ciencia para mejor estudiar las relaciones encontradas en su campo, como, por ejemplo, aconteció en la física cuántica, con Heisenberg, o en la psicología de la inteligencia, con Thurstone,

cuando dieron un gigantesco impulso a sus investigaciones al aplicar en ellas el álgebra de matrices, independientemente inventada hacía muchos años por los matemáticos. La otra consiste en ir satisfaciendo una aspiración típica del pensamiento occidental, al menos desde Platón, que la **nuova scienza** desde el barroco a nuestros días ha recogido y acentuado. A saber, expresar con la máxima exactitud e inequívocidad intersubjetiva las observaciones empíricas, las hipótesis y teorías y su relativo ajuste a la realidad observable. El psicólogo necesita la matemática no sólo para efectuar contrastes estadísticos entre sus modelos teóricos y sus observaciones empíricas, sino también, y quizás preferentemente, para idear modelos matemáticos deterministas y estocásticos que le permitan formular con precisión sus hipótesis y deducir de ellas con exactitud las consecuencias empírica y experimentalmente comprobables que implican.

Todo ello plantea problemas docentes difíciles de resolver. El pobre estudiante de psicología no tiene la tarea fácil. Necesita, al parecer, saberlo todo: biología, matemática, filosofía... y, si le queda algún tiempo, incluso psicología. Se pretende, además, que en cinco años de estudios, que hoy se quiere reducir a cuatro, se forme como científico y como profesional, algo así como reunir en sus programas la preparación del físico y del ingeniero o del biólogo y el médico. Ciertamente, al estudiante de la psicología le pasa un poco, como decía Gracián de Fernando el Católico, que tiene que juntar el cielo con la tierra. Claro que le compensa de sobra el interés apasionante del objeto de sus estudios, que es principalmente la persona humana, incluido él mismo. Pero, así y todo, seamos sensatos y vayamos por partes.

La carrera del psicólogo es de reciente creación en nuestras universidades y está, comprensiblemente, en continua crisis de crecimiento y cambio. Pasó hace poco de ser una asignatura filosófica y humanística en las Facultades de Letras a independizarse en un curriculum que trata de abarcar y armonizar su indudable, aunque discutido, carácter de ciencia positiva, experimental y nomotética y su no menos insoslayable, aunque también no menos discutida, índole idiotética, humanística y filosófica.

Mi parecer es que hay que distinguir entre la formación matemática exigible a todos los psicólogos, la mayoría de los cuales van a dedicarse al ejercicio profesional, y la que necesitan los que desean especializarse en la investigación. Aquéllos pueden adquirir los conocimientos suficientes en un primer ciclo de estudios, más o menos como el que hoy está programado, al que habría que añadir el manejo práctico, hoy casi imprescindible, del ordenador. Estos requieren un programa psicomatemático más completo, que recoja al menos los puntos antes considerados, durante el segundo ciclo. A todos les vendría bien un tercer ciclo de preparación, orientada para unos hacia el competente ejercicio de la profesión y para otros hacia

la especialización en una rama de la investigación psicológica. Creo, asimismo, que los aspectos metodológicos y específicamente matemáticos, deben atenderse en cursos, que todos los alumnos deben seguir, en los que se estudien los fundamentos generales y las técnicas aplicables a todos los campos de la psicología. Conviene reservar la enseñanza de la metodología especial de cada campo a la docencia de cada uno de ellos. Por ejemplo, estudiar los modelos matemáticos del aprendizaje en la asignatura donde se estudie la psicología del aprendizaje. El estudio profundo de estas diversas metodologías tiene su lugar más apropiado en cursos monográficos y opcionales del tercer ciclo.

No olvidemos, en fin, que los estudios universitarios no pueden abarcarlo todo. Deben, más bien, preparar al alumno para que sea capaz de proseguir por su cuenta su formación, que nunca será definitiva. Tengamos presente que algunas de las contribuciones más eminentes a la psicología han sido hechas por investigadores que, como James, Galton, Freud, Piaget o Thurstone, tuvieron escasa o nula formación psicológica en sus estudios universitarios.

Ojalá puedan servir estas sencillas reflexiones para mejorar la organización de las enseñanzas matemáticas en psicología. La concreta delimitación y contenido de estas enseñanzas es un problema que deben resolver los psicomatemáticos más competentes.

## Contestación

por  
CARMEN SANTISTEBAN

Cuando desde la revista "Estadística Española" se me invita a escribir un artículo acerca de la enseñanza de la Estadística en los estudios de Psicología, que se integre en un número monográfico sobre la enseñanza de la Estadística en España, se me pide un artículo que pudiera servir de base para introducir el debate, poniendo de manifiesto lo que se hace y aquello que, en mi opinión, se debería hacer. Tras mi exposición, el tema quedaba abierto a los comentarios de otros profesores y especialistas. A todos ellos agradezco vivamente sus intervenciones, por lo que representan, y por lo que han venido a enriquecer este trabajo, haciendo que la respuesta, que propicia esta rúeva incursión en el tema, la realice, aunque de forma individualizada, a modo de pincelada general, incidiendo solamente en alguno de los detalles que han atrapado mi atención, lo que no implica que en mi consideración sean los más relevantes.

El profesor Mariano Yela, catedrático emérito de nuestra Universidad, maestro, formador de psicólogos e impulsor en España de la aplicación en Psicología de técnicas metodológicas de carácter formal, especialmente las relaciones con el Análisis Factorial, aboga porque el psicólogo sea ante todo psicólogo y que "a la consideración psicológica debe estar subordinada toda consideración matemática", no obstante dice que en aquello y para aquello que el psicólogo utilice la matemática, debe comprenderla y dominarla. Si ésto es así, con las tendencias actuales que él mismo apunta en cuanto a un uso y desarrollo cada vez mayores de la metodología psicomatemática, es imprescindible incluir en los programas de estudio ese bagaje mínimo de contenidos, necesario en un buen psicólogo para el correcto entendimiento de ciertos temas.

Las palabras del Dr. Yela cuando dice que "los psicólogos deben ser, sin duda y ante todo psicólogos", no se pueden interpretar como que el psicólogo puede desprenderse de ese bagaje necesario de Estadística-Matemática que, al menos en el contexto científico actual, conlleva el acceso al conocimiento en profundidad de algunos, y no pocos, de los temas que estudian los fenómenos psicológicos. Los psicólogos deben ser psicólogos, sí, pero no psicólogos incultos, sino psicólogos bien informados. Esta es la opinión que también comparte y que expresa el Dr. Yela en lo que sigue de inmediato a la frase anteriormente mencionada de su discurs-

so, así como en las consideraciones finales en cuanto que aquí afirma que todos los alumnos, con carácter general, deben estudiar los fundamentos y las técnicas matemático-estadísticas aplicables a los campos de Psicología.

Estamos de acuerdo con el Dr. Yela en la ampliación del curriculum y en esa armonización que él pide, y que sin duda todos los que trabajamos en este campo deseamos, entre lo que constituye la parte sustantiva del estudio del fenómeno psicológico, y la rigurosidad metodológica con que se aborda ese estudio con herramientas de carácter estadístico-matemático, sin reducir éstas últimas a meros artefactos, en la inútil pretensión de conseguir recubrirse de una especie de pátina científica, o de dar significado a cualquier conjunto de datos.

De los comentarios del Dr. Ponsoda, que desea posicionar centrados especialmente en su punto de vista sobre la enseñanza de la Estadística en Psicología, sólo querría retomar un par de detalles.

Una idea que considero importante, y que debería ser objeto de un amplio debate en nuestras Universidades, es la de que en el aprendizaje de la Estadística por los estudiantes de Psicología, la motivación del alumno es escasa si, parafraseando al autor, no se les "muestra, clase a clase, su utilidad". Es decir, si no se les expone, en todo momento, ejemplos prácticos y puntuales de su uso más directo en la Psicología. Opción altamente dificultosa, por otra parte, ya que las enseñanzas más básicas de la Estadística se suelen impartir en los primeros cursos de la licenciatura y, como indica el Dr. Ponsoda "en nuestros planes de estudios se suelen incluir en los primeros cursos las materias menos psicológicas...".

Mi opinión al respecto es que, aún estando de acuerdo en que los alumnos, no sólo de Psicología, sino los de cualquier otra rama de la ciencia o de la técnica, deben conocer la aplicabilidad que en su campo específico de estudio tienen, si así fuera, los contenidos que se imparten, no creo que para conseguir una formación intelectual adecuada y sólida del alumno universitario sea conveniente el que siempre, en todo momento, se les ofrezca el ejemplo puntual. Los ejemplos deben ayudar a la adquisición del conocimiento, pero hay que salir al paso de esa tentación de sobresimplificación que tiene a veces el alumno de confundirlo con el conocimiento mismo, porque eso lo incapacita para realizar nuevas elaboraciones, abstraer, generalizar, o realizar conexiones con otros conceptos o situaciones. Esta aseveración se fundamenta en mis largos años de experiencia docente universitaria, recibiendo a alumnos en cursos avanzados en que sus conocimientos estaban fijados en lo anecdótico, en los pasos concretos a seguir en la resolución numérica de problemas "tipo", sin haber adquirido la capacidad de generar nuevas ideas o de expresar "formalmente" conceptos y significados.

El ejemplo y la aplicación son convenientes, más aún, necesarios en su tiempo y en su momento, pero no en todo tiempo y en todo momento porque, en éste último caso, indudablemente se puede haber hecho algo importante, se puede haber conseguido acercar a los alumnos a la mecánica de la utilización de una cierta técnica, o a que tengan la evidencia de que lo que aprenden puede servir para algo, pero no se les ha ayudado a madurar intelectualmente y, como bien dice el Dr. Ponsoda, pueden verse dotados de una cierta seguridad "en ocasiones perniciosas" en el dominio de la técnica.

Por otra parte, además, hay que dejar claro en el alumno que el hecho de la presentación del ejemplo concreto, específico y puntual conlleva, en la mayoría de las ocasiones, severas simplificaciones y el obviar buena parte del contexto.

En el apartado dedicado a las consideraciones finales, en el segundo párrafo, ya se había hecho mención a este problema. Añadiremos tan sólo que las perspectivas pueden ser diferentes cuando la enseñanza de la Estadística en Psicología se aborda para proveerse de un conjunto de técnicas que ayuden al psicólogo a elaborar algo con sus conjuntos de datos, o que las enseñanzas se aborden como técnicas específicas con las que resolver determinados problemas, o que se utilice la disciplina para introducir al alumno en las estructuras de disciplinas formales del ámbito de la matemática y de la estadística, a la vez que se le informa de su utilidad, y se le enseña a utilizarlas, como método de investigación, en el estudio de los fenómenos psicológicos.

Los contenidos de los párrafos anteriores creo que dan respuesta a algunas de las preguntas que se plantea el Dr. Carpintero, que se autodefine en este campo como mero "usuario", que asimila la Estadística a una lengua y que aboga por un "recetario" bien hecho, completo y ordenado, que permita que el producto elaborado sea reconocible y comestible. Pues bien, nada más lejos de desestimar esa "posición pragmática" que él dice que es "nada bien vista" por los especialistas que enseñan disciplinas donde radica el buen conocimiento de las materias primas a emplear, la amplitud y profundidad de ese vocabulario específico "preciso y bien definido" que él considera necesario utilizar en el proceso, y hasta donde debe alcanzar los conocimientos de aquellos que, accediendo a los resultados, asuman que "hay que estar en condiciones de interpretar".

En relación con lo que el Dr. Ponsoda estima como opción responsable, diremos que el dinamismo de la Ciencia y, a veces desafortunadamente, las modas y delimitaciones de los objetivos de la política educativa y/o científica de un país, en los que realmente la hay, es lo que marca en cada momento la cantidad y calidad de los contenidos a impartir, esos conteni-

dos a los que se les pudiera aplicar adicionalmente el adverbio "responsablemente". No es solamente la ciencia lo que nos marca los límites de lo responsable, sino que también intervienen esos otros condicionantes con una traducción inmediata, entre otros factores, en los niveles de formación e instrucción con que los alumnos acceden a los estudios universitarios y en las disciplinas que en éstos se contemplan en los planes de estudios, dando cabida a unas disciplinas en detrimento de otras.

Por último, quiero dar respuesta a la Dra. Garriga que expresa ciertas discrepancias en relación con la ubicación que hago de la enseñanza en nuestras Universidades de los temas relacionados con el Análisis de la Varianza y de la Covarianza, así como en los de Escalamiento Multidimensional.

La información que presentamos en cuanto a qué y cómo actualmente se imparten los contenidos de las disciplinas implicadas, se obtiene, no solamente de la mera observación de la relación de temas que aparecen en los programas oficiales que hacen público cada una de las 16 Facultades (o Secciones Departamentales, en su caso) consultadas, sino que también, y primordialmente, se ha atendido a las opiniones y a esa información más puntual y detallada que proporciona el diálogo directo con el profesorado que los imparte.

En nuestra exposición, hablamos de la generalidad de las Universidades y de los programas, sabiendo que existen grandes diferencias, si se comparan los casos extremos, tanto en la profundidad como en la amplitud con la que se abordan los temas.

Si bien de la información proveniente de nuestra consulta se deduce que los temas relativos a Escalamiento Multidimensional no se imparten como conocimientos generales en los cursos comunes a todos los estudiantes de Psicología, aún cuando algunos profesores ya los incluíamos hace años en nuestros programas, nos congratulamos con la noticia que nos ofrece la Dra. Garriga de que esos temas se van incluyendo "sobre todo en los nuevos programas presentados en concursos recientes de Profesores Titulares" en nuestro área de conocimientos, pues aunque, a veces, las realidades del aula no dan confirmación a los deseos para que esa temática llegue a ser impartida a los estudiantes, con carácter general.

Bienvenidos son también los comentarios sobre los orígenes de la Teoría de la Detección de Señales, que no había considerado necesario "señalar" en mi artículo. Los autores citados Peterson, Birdsall y Fox de la Universidad de Michigan por un lado, y Van Meter y Middleton por otro, con su publicación en 1954 "Modern statistical approaches to reception in communication theory" (Transactions of the IRE Professional Group on Informa-

tion Theory, PGIT-4, 119-141) son los que desarrollan la Teoría de la Detección de Señales bajo la teoría de la simple dicotomía, siendo quizás el más clásico exponente de su incursión en la Psicología el libro de D. M. Green y J. A. Swets "Signal detection theory and psychophysics" publicado en 1966. Posteriormente se han propuesto y se han resuelto en el ámbito de la Psicología, problemas que se apartan de esa consideración de dicotomía (Véase M. Treisman y A. Faulkner, 1984, en *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 37; 199-215 y M. Treisman y T. C. Williams, 1984, en *Psychological Review*, Vol. 91, N.º 1; 68-111).

Por otra parte, estoy de acuerdo con que el citar en el texto separada y simultáneamente a la Psicología Matemática, a la Psicometría y a la Psicofísica, puede dar lugar, y de hecho así ha sido, a malos entendidos siendo razonable el que se llame la atención sobre el que "la autora separa la Psicología Matemática, la Psicometría y la Psicofísica como distintas áreas de estudio en Psicología".

En efecto, aún en uno de los libros más elementales y clásicos sobre Psicología Matemática, como es el de Coombs, Dawes y Tversky "Mathematical Psychology: An elementary introduction", publicado en 1970, se incluyen temas muy variados como son la introducción a la Teoría de la Medida y al Escalamiento, Teoría de Grafos, Teoría de la Decisión, de Juegos, de la Detección de Señales, de la Información, así como Modelos de Aprendizaje. Nada se dice, por ejemplo, de una buena parte de la Psicometría como es la Teoría de los Tests. Sin embargo, en los dos tomos editados por Krantz, Luce, Atkinson y Suppes que bajo el título de "Contemporary Developments in Mathematical Psychology" se publica en 1974 ya sí se consideran en parte estos temas.

Los dos tomos mencionados nacen como colofón de un simposium y se recogen los temas como un intento de los editores de definir el concepto de "progress in mathematical psychology", incluyendo todo aquello que consideran como áreas de investigación en que los métodos matemáticos han conducido a avances en el conocimiento de lo psicológico. El primer volumen tiene como subtítulo "Learning, Memory and Thinking" y el segundo "Measurement, Psychophysics and Neural Information Processing". En ellos, por lo tanto, se pueden encontrar temas como el expuesto por K. G. Jöreskog, dirigido a cómo hacer un análisis de datos psicológicos mediante análisis estructural de Matrices de Covarianza, o bien técnicas propias de la Teoría psicométrica de la Respuesta al Item, presentados por F. M. Lord, modelos de Escalamiento Multidimensional y otros muchos temas que incluyen desde la presentación de los fundamentos de la Psicofísica Fechneriana, expuestos por J. C. Falmagne, a las teorías cuantitativas de la acción integradora de la retina de N. Graham y F. Ratliff, o a las hipótesis holográficas de la estructura de la memoria.

En cuanto a las revistas especializadas, el "Journal of Mathematical Psychology" admite trabajos en "todas" las áreas, y es fácil de verificar que así es, en efecto, si se leen sus normas y la enumeración que da, a título de ejemplo, de diez de los temas que considera centrales. En una línea similar se desarrolla la política editorial del "British Journal of Mathematical Psychology".

Quizás, y sin dudarlo, ha sido la Psicometría la que ha mantenido una mayor independencia, especialmente los temas relacionados con la teoría de tests, que no siempre se ha considerado incluida en los grupos de trabajo, publicaciones y simposia, que se han realizado separadamente, manteniendo además revistas específicas para sus propias publicaciones. "Psychometrika", la revista oficial de la Psychometric Society, constituida en 1935, es la revista científica más prestigiosa en estos temas y que hasta principios de los 80 se definía a sí misma como "una revista dedicada al desarrollo de la psicología como una ciencia racional cuantitativa". Actualmente aparece en su portada solamente "una revista de psicología cuantitativa", si bien un texto completo idéntico al anterior aparece en su definición en el interior.

Una vez aclarado que bajo la denominación de Psicología Matemática pueden albergarse una amplísima gama de materias, incluyendo a la Psicometría y a la Psicofísica, he de hacer notar que la distinción que entre ellas se ha hecho en el contexto del artículo no tenía más intención que la de dar esas señas de identidad con las que, quizás inadecuadamente, pero sí comúnmente, nos referimos a los diferentes contenidos de las disciplinas, con el único objetivo de diferenciar unos temas de otros, atendiendo a su estructura y contenidos, diferenciándolos de lo que es lo meramente matemático o estadístico.

