

# Análisis regional de la pobreza para el colectivo de la tercera edad: inferencia clásica vs. Técnicas Bootstrap(1)

por  
SALVADOR ORTIZ SERRANO  
y  
SONIA DE LUCAS SANTOS

Universidad Autónoma de Madrid. Departamento de Economía Aplicada (U.D.I. Estadística)

## RESUMEN

En este trabajo se analiza el perfil regional de la pobreza en los hogares con mayores de 65 años. A partir de los datos del fichero longitudinal de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares del año 2004 (INE), se estiman índices que permiten estudiar la incidencia, intensidad y desigualdad de la pobreza. El objetivo perseguido es doble, por un lado, se pretende obtener un mapa de la distribución regional de la pobreza para el colectivo de la tercera edad en España. Por otro lado, se compara la precisión de las técnicas de inferencia clásicas con las técnicas basadas en métodos computacionales. Los resultados muestran cómo, para muestras pequeñas, las técnicas *bootstrap* permiten obtener resultados más adecuados.

---

(1) Este trabajo es una mejora de la comunicación presentada en el X Encuentro de Economía Aplicada en junio de 2007 y que recibió el premio Alde de Jóvenes Investigadores.

*Palabras clave:* pobreza, inferencia asintótica, remuestreo

*Clasificación A.M.S:* 62P20

## 1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años se han multiplicado los trabajos que analizan la pobreza en España desde una perspectiva estadística, gracias, entre otras cosas, a la disponibilidad de información de calidad para llevar a cabo este tipo de estudios. Cantó y otros (2000) realizan una revisión bastante exhaustiva de este tipo de trabajos durante las últimas décadas. Tal y como plantean estos autores, el detonante de la explosión de este tipo de trabajos puede situarse en la disponibilidad de los datos de las Encuestas Básicas de Presupuestos Familiares (EBPF) de 1973-74, 1980-01 y 1990-91, realizadas por el Instituto Nacional de Estadística (INE).

La encuesta de 1990-91 fue la última encuesta básica que se realizó y a partir de entonces el INE se planteó realizar encuestas de carácter continuo. Sin embargo, esta nueva fuente de información hace difícil la comparación con las encuestas básicas en lo que se refiere a estudios estáticos de pobreza. A partir del tercer trimestre de 1997, el INE comienza a realizar una nueva Encuesta Continua de Presupuestos familiares (ECPF). Esta encuesta, aunque trimestral, es capaz de proporcionar datos anuales a través del fichero longitudinal proporcionado por el INE, que permite una comparación válida con las anteriores Encuestas Básicas de Presupuestos Familiares.

Muchos de los trabajos realizados en España sobre el análisis de la pobreza han sido enfocados en analizar colectivos especialmente sensibles. Ejemplos de éstos son los trabajos de Cantó y Mercader-Prats (1998, 1999 y 2001), que se centran en la incidencia de la pobreza sobre la población infantil. Toharia (1993) y Cantó (1997) analizan de manera conjunta el fenómeno del desempleo y de la pobreza. Gradín y otros (2006) analizan las diferencias de género en la incidencia de la pobreza.

Otro aspecto interesante del análisis de la pobreza es el que se refiere al análisis regional. En lo que a España se refiere, son varios los trabajos que analizan las diferencias regionales. Se pueden destacar, entre otros, los trabajos de Ruiz-Castillo (1987) que utiliza datos de la EBPF de 1980-81, Ruiz-Huerta y Martínez (1994) que usan las EBPF de 1980-81 y de 1990-91, y Martín-Guzmán y otros (1996) realizan comparaciones regionales con datos de las EBPF de 1973-74, 1980-81 y 1990-91. Del Río y Ruiz-Castillo (2001) realizan comparaciones regionales utilizando curvas TIP a partir de datos de las ECPF de 1980-81 y 1990-91. Ayala y Palacios (2000) utilizan los programas autonómicos contra la pobreza para

establecer las líneas de pobreza. Martínez (2005) plantea líneas de pobreza diferentes para cada comunidad autónoma y realiza un análisis utilizando datos fiscales comparando los resultados del análisis de pobreza con el PIB per cápita de cada comunidad autónoma. En el trabajo de Aldás y otros (2006) se analiza el gasto de las comunidades autónomas españolas a partir de las ECPF desde 1998 hasta 2002; además de un análisis exhaustivo del perfil del gasto de los hogares por comunidad autónoma realizan un análisis comparativo, en lo que a desigualdad se refiere, para este período.

En este trabajo se analiza la distribución regional de la pobreza en España para el colectivo de los hogares con mayores de 65 años. Este tipo de hogares, especialmente sensible a estar por debajo del umbral de pobreza, ha ido aumentando a lo largo de los últimos años en España. Para llevar a cabo este estudio se dispone de la información del fichero longitudinal de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares llevada a cabo por el Instituto Nacional de Estadística para el año 2004. En el análisis de la pobreza realizado, una parte importante del mismo es la utilización de la inferencia estadística a la hora de estimar los niveles de pobreza para cada una de las comunidades autónomas. Concretamente, se determinarán los intervalos de confianza para distintos indicadores utilizando dos técnicas de inferencia estadística alternativas: la que denominaremos inferencia clásica, basada en las distribuciones asintóticas de los índices utilizados, y las técnicas basadas en métodos computacionales.

El objetivo de este trabajo es doble. Por un lado, se pretende obtener un mapa de la distribución regional de la pobreza para el colectivo de la tercera edad en España. Por otro lado, se pretende comparar la precisión de las técnicas de inferencia clásicas con técnicas basadas en métodos computacionales.

## **2. MARCO TEÓRICO. METODOLOGÍA**

A lo largo del tiempo se han producido avances metodológicos que han supuesto una clara mejoría en la medición de la pobreza, aunque siguen manteniéndose una serie de aspectos en los que el investigador tiene que decidir el camino a seguir. Estas decisiones que deben adoptarse (en la mayoría de los casos de manera arbitraria ya que no existe consenso sobre cuál es la mejor elección) se refieren a la elección del indicador monetario de bienestar, a la determinación de la línea de pobreza, a la elección del elemento objeto de estudio (hogares o individuos) y a la selección del índice para evaluar la pobreza. Respecto a la primera cuestión, los indicadores más frecuentemente utilizados son los ingresos y los gastos de los hogares o individuos de la población que se pretende estudiar. La

elección de uno u otro está sujeta, a las ventajas y desventajas de cada uno de ellos, sin existir consenso sobre cuál de ellos es mejor. Aunque en principio el ingreso parece una mejor opción para determinar los recursos de un hogar o individuo, de acuerdo con la teoría de la renta permanente de Friedman, el nivel de gastos es más estable y por tanto más acorde a la idea de renta permanente (ya que un hogar o individuo no reducirá su nivel de gasto ante una caída transitoria de los ingresos y por tanto no reducirá su nivel de bienestar). En este trabajo se ha optado por esta última opción y, para ello, se ha tomado como fuente de información la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares del INE donde los gastos de los hogares se recogen con un mayor grado de detalle.

En cuanto a la segunda decisión a adoptar, la línea de pobreza, existen diferentes opciones. De manera general, se pueden distinguir dos tipos básicos de umbrales o líneas de pobreza: aquellos de carácter objetivo (que, a su vez, se pueden dividir en umbrales relativos y umbrales absolutos, además de un tercero que sería una combinación de los dos) y aquellos de carácter subjetivo. Los umbrales de pobreza objetivos se determinan a partir de la información objetiva que proporcionan los hogares o individuos (como son los datos que ofrece el hogar o individuo sobre ingresos y gastos en las distintas encuestas dirigidas a hogares). Los umbrales subjetivos, por el contrario, se determinan a partir de la percepción de los hogares o individuos sobre su situación y necesidades.

En el caso de las líneas de pobreza relativas, para determinar el umbral de pobreza se suele tomar una determinada fracción de una medida de posición central de los ingresos o gastos equivalentes. Es frecuente el uso del 50 o 40 por ciento de la media de los ingresos o gastos, o el 60 por ciento de la mediana, más robusta que la media. Ésta última es la utilizada con mayor frecuencia en las últimas investigaciones y será la que se considere en la parte empírica de este trabajo.

Otra decisión importante, y no exenta tampoco de problemas, es la elección del elemento objeto de estudio: el hogar o el individuo. Si bien la pobreza puede considerarse como un concepto esencialmente individual, la mayoría de las fuentes de información suministran datos sobre hogares (este es el caso de las Encuestas de Presupuestos Familiares utilizados en este trabajo). Por tanto, habrá que decidir si se toman los hogares como elemento objeto de estudio o si, por el contrario, se determina a partir de los datos referidos a hogares, sus correspondientes valores para los individuos. En este paso de hogar a individuo habrá que tener en cuenta las diferencias de necesidades entre los individuos pertenecientes al hogar, las economías de escalas que se producen dentro del hogar y cómo se distribuyen los recursos entre los distintos miembros del hogar. Aquí entran en juego las escalas de equivalencia cuyo objetivo es llevar a cabo una normalización que permita el análisis comparativo de hogares con distintas composiciones.

Las escalas de equivalencia actúan de la siguiente manera: se toma un hogar de referencia, que normalmente es un hogar formado por un solo miembro adulto. Para cada hogar, en función de su tamaño y de sus características demográficas, se determinan sus necesidades con relación al hogar de referencia. Una escala de equivalencia ampliamente utilizada es conocida como escala de equivalencia de la OCDE modificada, y será la utilizada en este trabajo. En esta escala se calcula el gasto equivalente del hogar dividiendo el gasto total entre el tamaño equivalente del hogar, que se calcula sumando las ponderaciones de los distintos miembros del hogar. Estas ponderaciones son las siguientes, 1 para el primer adulto del hogar, 0,5 para el resto de adultos y 0,3 para los niños.

Existen diversos trabajos que analizan el efecto de la utilización de distintas escalas de equivalencia(2) donde se llega a la conclusión de que no hay ninguna que se pueda considerar superior a otras. En estos trabajos se observa que, aunque a nivel de microdato el uso de las escalas hace que las ordenaciones de los hogares en cuanto a gasto o ingreso cambien, sin embargo, a nivel agregado no se producen grandes diferencias.

La última decisión que habrá que tomar, desde esta aproximación al concepto de pobreza, es la que se refiere a la forma de evaluar las distintas dimensiones de la pobreza: incidencia, intensidad y desigualdad. En este sentido, la literatura proporciona gran variedad de medidas que permiten analizar tales dimensiones. En este trabajo se utilizan la familia de índices de Foster, Greer y Thorbecke (1984). Estos índices que se utilizarán aquí han sido seleccionados atendiendo, por un lado, a la necesidad de abarcar todas las dimensiones de la pobreza y, por otro lado, a las propiedades que cumplen. Una de sus principales propiedades es que son aditivamente descomponibles, lo que facilita la determinación asintótica de su distribución en la aplicación de inferencia estadística. Dichos índices quedan definidos a partir de la siguiente expresión:

$$FGT_{\alpha}(y; z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q \left[ \frac{z - y_i}{z} \right]^{\alpha-1}, \alpha > 0, \quad [1]$$

donde  $z$  es el umbral de pobreza elegido,  $y$  es el gasto equivalente del hogar pobre,  $q$  es el número de hogares situados por debajo del umbral de pobreza,  $n$  es el total de hogares y  $\alpha$  es el parámetro de aversión a la desigualdad (a mayores valores de  $\alpha$  más importancia relativa se le da a los desniveles de pobreza relativa

---

(2) En Martín-Guzmán y otros (1996) puede verse el efecto de diferentes escalas de equivalencia.

mayores). También se puede comprobar que para  $\alpha$  igual a uno, el índice muestra la proporción de pobres(3). Para  $\alpha$  igual a dos el índice es igual al producto de la proporción de pobres por el desnivel de pobreza(4). Mientras que para un valor de  $\alpha$  igual a tres el índice es:

$$FGT_3 = H \left[ I^2 + (1-I)^2 CV_p^2 \right], \quad [2]$$

Como se observa, incorpora un índice de desigualdad en el índice de pobreza (el coeficiente de variación de Pearson (CV)), recogiendo, de esta manera, ese aspecto de la pobreza.

Estos índices de pobreza serán calculados a partir de los datos de la correspondiente Encuesta de Presupuestos Familiares. Por tanto, serán estimaciones de los valores poblacionales y por ello, es obligado estudiar su precisión a partir de herramientas de inferencia estadística que permitan establecer la relevancia estadística de las diferencias observadas. A continuación se describen las dos técnicas de inferencia utilizadas.

## 2.1 Inferencia clásica

El análisis inferencial de los índices de pobreza según esta metodología se basa en el cálculo de las distribuciones asintóticas de los estimadores de las medidas de pobreza(5).

Los índices utilizados en este trabajo son índices descomponibles aditivamente del tipo:

$$G = \int_0^z g(z, y) f(y) dy \quad [3]$$

(3)  $H = \frac{q}{n}$ , donde  $q$  es el número de pobres y  $n$  el total de elementos.

(4)  $FGT_2 = H I; I = \frac{\sum_{i=1}^q \left( \frac{z - y_i}{z} \right)}{q}$  donde  $I$  es el desnivel de pobreza,  $z$  es el umbral de pobreza e  $y_i$  es la renta del individuo  $i$ -ésimo.

(5) Desarrollos más completos los encontramos en Kakwani (1989); Bishop, Chow y Zheng (1995); Bishop, Formby y Zheng (1997); Rongve (1997); Davidson y Duclos (2000); Formby, Kim y Zheng (2001) y Schluter y Trede (2002).

donde  $z$  es el umbral de pobreza,  $f(y)$  es la función de densidad de la variable  $Y$  (indicador monetario considerado) y  $g(z,y)$  es una función del valor de la variable  $Y$  y del umbral de pobreza.

Para este tipo de índices se seguirá la metodología propuesta por Kakwani (1989), lo que permitirá determinar los intervalos de confianza para las estimaciones de los índices, así como realizar contrastes de hipótesis para los mismos.

El estudio de este tipo de índices parte de una muestra aleatoria simple de la variable  $Y$  (indicador monetario),  $Y=y_1, y_2, \dots, y_N$ , obtenida de una determinada población con esperanza  $\mu$  y varianza  $\sigma^2$ . Si se define por  $G$  una medida de pobreza y por  $\hat{G}$  el valor de la medida para la muestra  $Y_n$ , se demuestra que

$$\sqrt{n}(\hat{G} - G) \xrightarrow{TCL} N(0, \sigma^2(G)) \tag{4}$$

Además, si  $\hat{\sigma}^2(\hat{G})$  es un estimador consistente de  $\sigma^2(\hat{G})$ , entonces se puede obtener un estadístico  $t$  que permite realizar análisis inferenciales para la medida de pobreza  $G$ :

$$t = \frac{\hat{G} - G}{SE(\hat{G})} \xrightarrow{TCL} N(0,1), \tag{5}$$

donde  $SE(\hat{G}) = \frac{\hat{\sigma}(\hat{G})}{\sqrt{n}}$

Con esta metodología se determinan las distribuciones asintóticas para cualquier índice de la familia de los índices de pobreza  $FGT_\alpha$ , aditivamente descomponibles, cuya estimación muestral vendrá dada por:

$$\hat{G} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q g(y_i, z), \tag{6}$$

En concreto, para la familia de **índices  $FGT_\alpha$**  la función  $g(y,z)$  toma la siguiente expresión:

$$g(y, z) = \left( \frac{z - y}{z} \right)^{\alpha - 1} \text{ y por tanto} \tag{7}$$

$$\hat{G} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q \left( \frac{z - y_i}{z} \right)^{\alpha - 1} = FGT_\alpha \tag{8}$$

La varianza para este tipo de índices será la siguiente(6):

$$\text{Var}(\hat{G}) = \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q g^2(y_i, z) \right] - \hat{G}^2 = \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q \left( \frac{y_i - z}{z} \right)^{2(\alpha-1)} \right] - F\hat{G}T_\alpha^2 = F\hat{G}T_{2(\alpha-1)+1} - F\hat{G}T_\alpha^2 \quad [9]$$

y consiguientemente el estadístico  $t$  vendrá dado por:

$$t = \frac{\hat{G} - G}{SE(\hat{G})} = \frac{\sqrt{n}(\hat{G} - G)}{\sqrt{\text{Var}(\hat{G})}} = \frac{\sqrt{n}(F\hat{G}T_\alpha - FGT_\alpha)}{\sqrt{F\hat{G}T_{2(\alpha-1)+1} - F\hat{G}T_\alpha^2}} \xrightarrow{a} N(0,1) \quad [10]$$

Estas distribuciones asintóticas serán válidas siempre y cuando los tamaños muestrales sean lo suficientemente grandes. En el análisis empírico que se realiza en este trabajo en tres de las comunidades autónomas el tamaño muestral disponible para la población objeto de estudio es menor de 100 observaciones, siendo menor de 50 sólo en una de ellas(7). Para estas comunidades la aplicación de estas distribuciones asintóticas puede presentar problemas.

## 2.2 Metodología *Bootstrap*

La aplicación de la técnica de remuestreo *bootstrap*, para el caso de datos independientes, fue introducida por Efron (1979). Se trata de un método de remuestreo desde los propios datos, a partir del cual se pueden obtener medidas de precisión sobre las estimaciones estadísticas realizadas, o intervalos de confianza para los estadísticos objeto de estudio.

Las ventajas que aporta sobre los métodos tradicionales, cuando se usa en modo no paramétrico, implica el no tener que hacer supuestos sobre la forma de la población a estudiar; mientras que si se usa en modo paramétrico, ello puede aportar más precisión que las fórmulas tradicionales en problemas donde se conoce algo de la forma de la función de distribución. En concreto, Efron y Tibshirani (1986, 1993) demuestran que es un método fiable y consistente para la estimación de distribuciones de un estimador o de un test estadístico; de hecho es más preciso en muestras finitas que las aproximaciones asintóticas, según señala Horowitz (2001).

Formalmente, el método del *bootstrap* consiste en, a partir del vector de datos observado  $x=(x_1, x_2, \dots, x_N)$ , obtener el estadístico de interés  $s(x)$ . Para ello, remuestreando aleatoriamente desde el vector de datos originales,  $N$  veces con

(6) Ver Kakwani (1989).

(7) Para consultar los tamaños muestrales puede verse la tabla A.5 del anexo.



reemplazamiento, se obtiene la muestra *bootstrap*  $x^*=(x_1^*, x_2^*, \dots, x_N^*)$ . Repitiéndose dicha operación B veces(8), se obtiene el estimador *bootstrap* que se corresponde con alguna medida, como puede ser la media o la desviación estándar, de los valores  $s(x_1^*), \dots, s(x_N^*)$  de cada muestra *bootstrap*(9).

En el presente trabajo, para cada muestra *bootstrap* se obtienen los índices de pobreza  $FGT_1^*$ ,  $FGT_2^*$  y  $FGT_3^*$ , para el total de España y por comunidad autónoma(10). El remuestreo se realiza sobre los  $g(z,y)$  definidos en la ecuación [7] teniendo en cuenta los diferentes pesos de cada hogar en función de sus factores de elevación.

El estadístico de interés será la media de cada uno de los índices de pobreza, que se trata de una media ponderada por el factor de elevación correspondiente. La estimación del estadístico *bootstrap* se realiza en modo no paramétrico, ya que no se establece ningún supuesto sobre la distribución de los datos. Una cuestión relevante a tener en cuenta es que las estimaciones *bootstrap* no tienen por qué ser insesgadas, lo cual se produce en algunos de los casos analizados, lo que hace necesario estimar los intervalos de confianza  $(1 - 2\alpha)$  corregidos de sesgo mediante el método percentil como:

$$ICp = [\hat{\theta}_{\%inf}^*; \hat{\theta}_{\%sup}^*] \approx [\hat{\theta}_B^{*\alpha_1}, \hat{\theta}_B^{*\alpha_2}] \quad (11), \quad [11]$$

donde  $\hat{\theta}_{\%inf}^*$  y  $\hat{\theta}_{\%sup}^*$  son los percentiles  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  de la función de distribución acumulada  $\hat{F}$  correspondiente a la proporción de veces que el estimador *bootstrap* ofrece un valor inferior al estimador de la muestra original, de tal manera que:

---

(8) A la hora de utilizar en la práctica el *bootstrap*, una de las primeras cuestiones que se plantea es decidir cuántas réplicas se van a realizar. Es claro que lo ideal es que el número de las réplicas sea lo mayor posible, sin embargo, se debe considerar que el tiempo de cómputo depende de lo que se tarde en evaluar cada una de las réplicas *bootstrap*, y que incrementa linealmente con el número de las mismas. Efron y Tibshirani (1993) han explorado ampliamente esta cuestión y, basándose en su experiencia, señalan que el número de réplicas para la estimación de errores estándar suele estar entre 50 y 200, mientras que para estimar intervalos de confianza el número requerido de réplicas es necesariamente mayor de 200.

(9) Para más detalles ver Efron y Tibshirani (1993).

(10) Aplicaciones de la metodología *bootstrap* en el análisis de la pobreza pueden verse en Gradín (2001) y Biemen (2002).

(11) Es importante notar que cuando las estimaciones son insesgadas el intervalo de

confianza percentil se obtiene como  $ICp = [\hat{\theta}_{\%inf}^*; \hat{\theta}_{\%sup}^*] \approx [\hat{\theta}_B^{*(\alpha)}, \hat{\theta}_B^{*(1-\alpha)}]$ .

$$\hat{F}(\hat{\theta}) = \# \left\{ \frac{\hat{\theta}^* < \hat{\theta}}{B} \right\}, \quad [12]$$

$$\alpha_1 = \Phi(2 \cdot \hat{Z}_0 + Z^{(\alpha)}), \quad [13]$$

$$\alpha_2 = \Phi(2 \cdot \hat{Z}_0 + Z^{(1-\alpha)}); \quad [14]$$

donde  $\Phi$  es la función de distribución normal acumulada,  $Z^{(\alpha)} = \Phi^{-1}(\alpha)$  y  $\hat{Z}_0 = \Phi^{-1} \left( \# \left\{ \frac{\hat{\theta}^* < \hat{\theta}}{B} \right\} \right)$  que es el componente que corrige el sesgo. Estos percentiles se aproximarían a los valores teóricos correspondientes, dada una distribución conocida, y por definición serían  $\hat{\theta}_B^{*(\alpha_1)} = \hat{F}^{-1}(\alpha_1)$  y  $\hat{\theta}_B^{*(\alpha_2)} = \hat{F}^{-1}(\alpha_2)$ . En consecuencia, con este método se evita establecer supuestos a priori sobre la función de distribución de los datos.

La técnica de demuestro *bootstrap* se ha desarrollado en MATLAB, un entorno computacional, ampliamente extendido, abierto, eficiente y de alta calidad numérica. Ello ha permitido realizar un número elevado de réplicas de cada muestra, en concreto  $B=1000$ , con un tiempo de cómputo reducido.

### 3. ANÁLISIS EMPÍRICO

#### 3.1 Base de datos

Para realizar el análisis empírico se utiliza el fichero longitudinal de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares realizada por el INE para el año 2004, con una muestra superior a 9000 hogares. El objetivo de esta encuesta es conocer el consumo de los hogares españoles con diversas finalidades: la determinación del consumo para la contabilidad nacional, así como determinar el sistema de ponderaciones para el cálculo del IPC. Además de las variables destinadas a conocer el consumo de los hogares, hay una gran cantidad de información adicional sobre condiciones de vida que permite hacer diversos análisis sobre el comportamiento de los hogares españoles.

---

(12) Esta fórmula es una versión simplificada del método BCa descrito en Efron y Tibshirani (1993) y en Diccio y Efron (1996), que incluyen un parámetro de aceleración, que en este trabajo se asume como cero.

El hecho de que este tipo de encuestas estén centradas en el cálculo del consumo, hace que el indicador que se utilice para estudios de desigualdad y pobreza sea el del gasto en vez del ingreso, ya que, aunque se recoge este dato, la calidad es mucho mayor para el gasto(13).

Para llevar a cabo el estudio se seleccionarán, de la muestra total, los hogares donde resida una persona mayor de 65 años. Esto hace que la muestra con la que se trabaje para el conjunto nacional sea de 3.338 hogares(14).

### **3.2 Metodología**

Como se ha expuesto en el epígrafe dedicado al marco teórico, en los análisis estadísticos de pobreza hay que tomar una serie de decisiones en cuanto al indicador de bienestar, el umbral de pobreza y los indicadores de pobreza utilizados. En este trabajo se ha optado por tomar como indicador de bienestar el gasto equivalente de los hogares, obtenido mediante la escala de equivalencia de la OCDE modificada. El umbral de pobreza considerado es el 60% de la mediana de la distribución del gasto equivalente de los hogares. Como indicadores de pobreza se han utilizado tres con la intención de abarcar las diferentes dimensiones de la pobreza: incidencia, intensidad y desigualdad. Concretamente los indicadores elegidos son: el índice  $FGT_1$  (proporción de pobres), que medirá la incidencia de la pobreza; el índice  $FGT_2$  que, además de la incidencia, tiene en cuenta la intensidad de la misma; y el índice  $FGT_3$ , que analiza, además, la desigualdad entre los hogares pobres.

### **3.3 Distribución regional de la pobreza en España en 2004 para hogares con mayores de 65 años**

Para determinar el perfil de la pobreza en España para los hogares con mayores de 65 años se estudia el valor de los índices en las distintas comunidades autónomas. La inferencia estadística nos ayudará a la hora de determinar diferencias significativas entre comunidades autónomas, cuyos resultados se presentan en las tablas A.1, A.2 y A.3 del anexo 1.

El índice  $FGT_1$  indica la proporción de pobres, según este indicador, el 21% de los hogares españoles con mayores de 65 años están por debajo del umbral de pobreza de la sociedad española. Esta proporción es sensiblemente superior a la

---

(13) El gasto que se ha considerado en este trabajo es el gasto total, e incluye tanto gasto monetario como no monetario.

(14) En la tabla A5 del anexo puede verse el reparto muestral para las distintas comunidades autónomas.

del total de los hogares españoles que se sitúa en el 14%. No obstante, su distribución a lo largo del territorio nacional no es homogénea. Las comunidades con mayor incidencia de la pobreza, en hogares con mayores de 65 años, son Extremadura (casi un 50% de hogares pobres), Castilla – La Mancha (35%), Andalucía (32%), Canarias (31%) y Castilla León (28%). A continuación aparece un grupo de comunidades con incidencia de la pobreza intermedia formado por Asturias (23%), Galicia (23%), Comunidad Valenciana (22%), Murcia (21%), Aragón (20%) y Ceuta y Melilla (17%). Por último, el grupo de las regiones con menos incidencia de la pobreza lo formarían La Rioja (12%), Cataluña (10%), Madrid (8,2%), Baleares (8,1%), Navarra (5.8%) y País Vasco (1.8%).

Esta ordenación de las comunidades autónomas, para los hogares con mayores de 65 años, es similar a la relativa al total de la población española. No se aprecia diferencias en los grupos generados y tampoco cambios relevantes en la ordenación de las diferentes comunidades autónomas salvo el caso de Asturias. Esta comunidad, aunque se encuentra en ambos casos en el grupo intermedio, cuando se considera el total de la población, ocupa un lugar más favorable (menor nivel de pobreza) que el que ocupa cuando se considera a los hogares con mayores.

Cabe destacar que, de manera generalizada, la incidencia de la pobreza es mayor entre la población mayor de 65 años si se compara con el total de hogares. Sólo en el caso de la Madrid las dos cifras son muy similares.

Si nos centramos en el índice  $FGT_2$ , que además de la incidencia de la pobreza, tiene en cuenta la intensidad de la misma, observamos cómo la posición relativa de las comunidades cambia. Para este índice se observa un grupo de comunidades con altos niveles de pobreza formado por Extremadura, Castilla - La Mancha (estas dos comunidades con niveles excepcionalmente altos), Andalucía, Castilla León, Canarias, Galicia y Ceuta y Melilla. A continuación, estaría un grupo con niveles intermedios formado por Aragón, Asturias, Comunidad Valenciana, Murcia y Cantabria. En este grupo hay que destacar el caso de Ceuta y Melilla y Aragón, que empeoran bastante su posición relativa para este índice respecto al índice  $FGT_1$ , lo que indica que tienen niveles de intensidad de la pobreza altos, mayores que el resto de comunidades.

Por último, en el grupo de comunidades con menores niveles de pobreza aparecen de nuevo Cataluña, La Rioja, Baleares, Madrid, Navarra y País Vasco como las que menores niveles de pobreza presentan de acuerdo al índice  $FGT_2$ .

La ordenación de las comunidades autónomas que se obtiene para los hogares con mayores de 65 años con el índice  $FGT_2$  es similar a la obtenida para todos los hogares, dando lugar a los mismos grupos. Sin embargo, hay dos comunidades que, dentro de su grupo, modifican su posición dentro del mismo. Es el caso de

Cantabria, con niveles de pobreza relativamente mejores cuando se analiza la población mayor de 65 años. Esto implicaría que los mayores en situación de pobreza, en esta comunidad, en lo que se refiere a la intensidad, están mejor, en términos relativos, que el resto de las comunidades españolas. De hecho, incluso sufren una intensidad de la pobreza menor que el resto de pobres en su comunidad. En el caso contrario se situaría Cataluña, que ocupa una posición relativa dentro del grupo de los menos pobres peor cuando se analiza a los mayores de 65 años, lo cual implica que, en lo que se refiere a la incidencia, los mayores en situación de pobreza en esta comunidad se encuentran peor, en términos relativos, que en el resto de comunidades.

Al igual que ocurría con el índice  $FGT_1$ , en el caso del índice  $FGT_2$  los valores son superiores al considerar sólo los hogares con mayores de 65 años. Sólo en el caso Cantabria, los niveles son parecidos.

Al considerar el índice  $FGT_3$ , que tiene en cuenta, además de la intensidad y la incidencia, la desigualdad entre los pobres nos encontramos con una ordenación similar a la vista para el índice  $FGT_2$ . En este caso cabe destacar el empeoramiento relativo de Ceuta y Melilla que indicaría una fuerte desigualdad entre los hogares pobres de dicha región en términos relativos con respecto al resto de comunidades. Además, en el caso de la comunidad cántabra, se observan unos niveles de pobreza para el índice  $FGT_3$  que colocaría a esta comunidad dentro de aquellas con niveles de pobreza más bajos.

Si se compara esta ordenación de las comunidades autónomas para los hogares con mayores con la obtenida para el conjunto total de hogares españoles se observan resultados muy parecidos, donde cabría destacar la peor situación, en términos relativos, de los hogares con mayores en el caso Cataluña, al igual que se observaba en con el índice  $FGT_2$ . La Comunidad de Cantabria, para este indicador, presenta incluso menores niveles de pobreza dentro del colectivo de la tercera edad que en el resto de hogares, lo cual confirma lo ya observado con el índice  $FGT_2$ .

Tras este análisis por separado de los tres indicadores de pobreza se podría generar un mapa<sup>(15)</sup> de la distribución regional de la pobreza en hogares con mayores de 65 años representado en la figura 1. El grupo de las comunidades más pobres lo formarían Extremadura, Castilla La Mancha, Andalucía, Castilla León, Canarias, Galicia y Ceuta y Melilla (donde destaca la comunidad extremeña como aquella con mayores niveles de pobreza). Seguiría un grupo con niveles intermedios de pobreza formado por Aragón, Asturias, Comunidad Valenciana, Murcia y

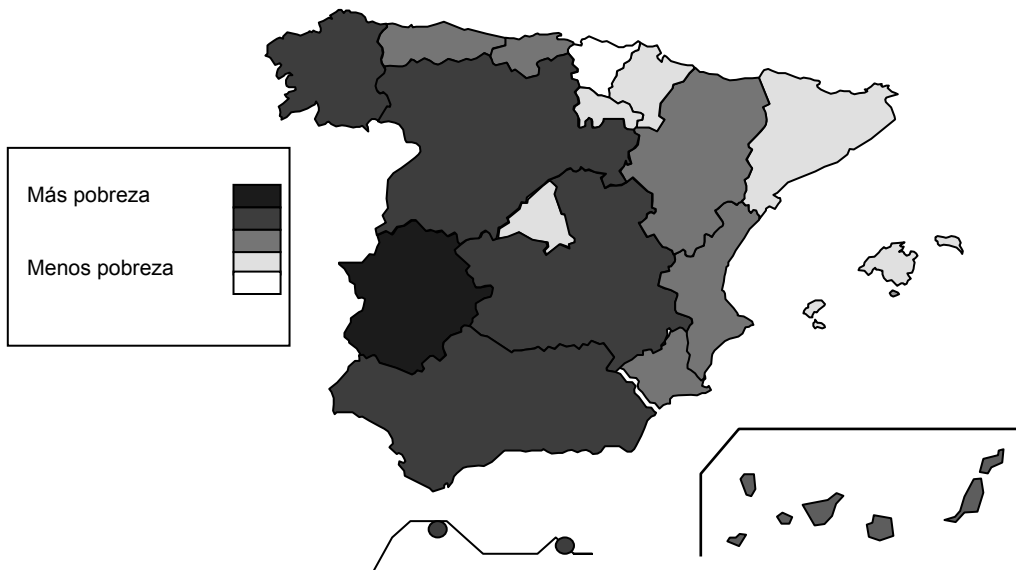
---

(15) Para realizar este mapa se han considerado los tres indicadores de pobreza de manera conjunta.

Cantabria. Por último, estaría el grupo de las comunidades con hogares con mayores de 65 años con menores niveles de pobreza compuesto por Cataluña, Baleares, La Rioja, Navarra, Madrid y País Vasco (en este grupo destaca el País Vasco como aquella con menores niveles de pobreza).

**Figura 1**

**DISTRIBUCIÓN REGIONAL DE LA POBREZA EN ESPAÑA EN 2004 DE LOS HOGARES CON MAYORES DE 65 AÑOS**



Fuente: Elaboración propia a partir de los microdatos del fichero longitudinal de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares del año 2004.

Esta ordenación obtenida para los índices de pobreza, no se corresponde, de manera general, con la ordenación derivada de los niveles de riqueza de cada comunidad medidos a través del PIB per cápita de las mismas. En la tabla A.6 del anexo se presenta El PIB per cápita a precios de mercado de cada comunidad ofrecidos por la Contabilidad Regional del INE. En esta tabla se observa que comunidades como Aragón, Castilla y León y Canarias ocupan una posición, en lo que a pobreza de los hogares con mayores se refiere, más desfavorable que la que se derivaría del PIB per cápita de su comunidad autónoma. En cambio, las comunida-

des de Murcia y Asturias tienen una posición más favorable, en cuanto a pobreza de hogares con mayores, que la que ocupan en lo que a PIB per cápita se refiere.

### 3.4 Inferencia clásica vs metodología *bootstrap*.

La inferencia clásica para los índices de pobreza estudiados, cuando se dispone de muestras pequeñas, puede presentar problemas a la hora de asumir la convergencia del estadístico a la distribución normal. La utilización de la metodología *bootstrap* supone una ventaja al no establecer supuestos a priori sobre la función de distribución.

En este trabajo comparamos los resultados obtenidos con la inferencia clásica y con la metodología *bootstrap* (realizándose 1.000 réplicas de las muestras). Para ello se han calculado los intervalos de confianza con ambas metodologías, con el propósito de determinar cuál de los métodos proporciona intervalos de menor amplitud para un mismo nivel de confianza. También se han obtenido las funciones Kernel y los distintos gráficos box-plot recogidas en el anexo 2, para los distintos índices generados por las muestras *bootstrap*, para determinar en qué medida las distribuciones de los índices se aproximan a la campana de Gauss.

Si nos fijamos en la amplitud de los intervalos observamos que, de manera general, no se produce una reducción con la metodología *bootstrap*. Esto último tan sólo ocurre en algunas comunidades y para algunos indicadores. En la tabla A.4 del anexo 1 pueden verse estos resultados donde se observa mayor precisión para aquellos intervalos *bootstrap* en los que la inferencia clásica incluye valores negativos así como para las muestras más pequeñas. Se detecta una mejora para los tres indicadores cuando se utiliza la metodología *bootstrap* para las Comunidades de Ceuta y Melilla, País Vasco, La Rioja y Navarra. En las Comunidades de Andalucía, Asturias, Cantabria, Cataluña, Comunidad Valenciana y Murcia la mejora sólo se aprecia en alguno de los indicadores. En el resto de comunidades la estimación con metodología *bootstrap* no reduce la amplitud de los intervalos.

Una de las ventajas de la utilización de la metodología *bootstrap* se observa claramente en los intervalos de confianza calculados con la metodología clásica que presentan valores negativos para el extremo inferior del intervalo. Como puede verse en la tabla A.2 del anexo 1, esto ocurre para las Comunidades Autónomas con pocos datos, como Ceuta y Melilla, País Vasco y Navarra. Este tipo de resultados, fuera del rango de posibles valores del indicador, no se dan con la metodología *bootstrap*, tal y como se observa en la tabla A.3 del anexo 1, ya que ésta se basa en la distribución empírica de dicho indicador.

Las distribuciones empíricas generadas por el remuestreo representan de forma más adecuada el comportamiento de los datos originales. Como puede observarse

en las figuras del anexo 2, para muchas de las comunidades las distribuciones no presentan normalidad debido a la asimetría y/o apuntamiento en la mayoría de las muestras. Esto último justificaría el uso del *bootstrap* para la construcción de intervalos de confianza, como señalan Efron y Tibshirani (1993), en vez de los derivados de la metodología clásica basados en la convergencia a distribuciones normales.

#### 4. CONCLUSIONES

La realización de este trabajo ha permitido conocer la distribución regional de la pobreza para los hogares españoles con mayores de 65 años. El grupo de las Comunidades más pobres lo formarían Extremadura, Castilla La Mancha, Andalucía, Castilla León, Canarias, Galicia y Ceuta y Melilla (donde destaca la Comunidad extremeña como aquella con mayores niveles de pobreza). Seguiría un grupo con niveles intermedios de pobreza formado por Aragón, Asturias, Comunidad Valenciana, Murcia y Cantabria. Por último, estaría el grupo de las Comunidades con hogares con mayores de 65 años con menores niveles de pobreza compuesto por Cataluña, Baleares, La Rioja, Navarra, Madrid y País Vasco (en este grupo destaca el País Vasco como aquella con menores niveles de pobreza).

En términos generales se puede decir que en todos los aspectos de la pobreza, ésta es mayor entre los hogares con mayores de 65 años salvo en la comunidad cántabra, donde sólo la incidencia de la pobreza es mayor entre los hogares con mayores. En lo que se refiere al mapa regional de pobreza, tanto el de los hogares con mayores como el del conjunto de hogares españoles son similares. Sólo las comunidades de Cataluña y Cantabria presentan posiciones relativas diferentes según se analice el total de hogares o sólo aquellos con mayores de 65 años. El resto de comunidades mantienen, más o menos su posición dentro de la ordenación tanto para hogares con mayores como para el total. En el caso de Cataluña los hogares con mayores están en una peor situación relativa frente al resto de comunidades, mientras que en el caso de Cantabria ocurriría lo contrario.

En lo que se refiere a la comparación entre la inferencia clásica basada en distribuciones asintóticas y la derivada de la metodología *bootstrap*, se puede concluir que aunque esta última no presenta intervalos de confianza menos amplios de manera general, sí que ofrece resultados más adecuados ya que se basan en las distribuciones observadas, lo que permite adaptar los intervalos a las asimetrías y curtosis de las distribuciones de los índices analizados. Además, no ofrece intervalos fuera del rango de los valores posibles de los índices, como es el caso de los intervalos derivados de la inferencia clásica, sobre todo para aquellas muestras de tamaño reducido que presentan varianzas relativamente elevadas.



## ANEXO 1

Tabla A.1

ESTIMACIÓN DE LOS ÍNDICES DE POBREZA E INTERVALOS DE CONFIANZA AL 95%, CON INFERENCIA CLÁSICA PARA TODOS LOS HOGARES

(Continúa)

<i>INFERENCIA CLÁSICA</i>			
<i>2004</i>	<i>FGT1</i>	<i>INF.</i>	<i>SUP.</i>
	<i>En %</i>		
Andalucía	21,36	0,1885	0,2386
Aragón	12,04	0,0898	0,1510
Asturias (Principado de)	12,95	0,0956	0,1634
Balears (Illes)	5,79	0,0323	0,0836
Canarias	24,05	0,2002	0,2808
Cantabria	16,82	0,1190	0,2174
Castilla y León	20,88	0,1783	0,2393
Castilla-La Mancha	22,66	0,1884	0,2648
Cataluña	6,42	0,0494	0,0790
Comunitat Valenciana	12,04	0,0976	0,1433
Extremadura	35,23	0,2999	0,4047
Galicia	17,82	0,1500	0,2064
Madrid (Comunidad de)	7,00	0,0511	0,0890
Murcia (Región de)	14,40	0,1060	0,1821
Navarra (Comunidad Foral de)	4,37	0,0167	0,0707
País Vasco	0,96	0,0008	0,0183
Rioja (La)	7,41	0,406	0,1076
Ceuta y Melilla	13,04	0,0683	0,1925
<b>TOTAL ESPAÑA</b>	<b>13,80</b>	<b>0,1308</b>	<b>0,1452</b>

Fuente: Elaboración propia a partir de los microdatos del fichero longitudinal de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares del año 2004.

**Tabla A.1**

ESTIMACIÓN DE LOS ÍNDICES DE POBREZA E INTERVALOS DE CONFIANZA  
AL 95%, CON INFERENCIA CLÁSICA PARA TODOS LOS HOGARES

(Continuación)

<i>INFERENCIA CLÁSICA</i>			
<i>2004</i>	<i>FGT2</i>	<i>INF.</i>	<i>SUP.</i>
Andalucía	0,0453	0,0384	0,0522
Aragón	0,0256	0,0171	0,0340
Asturias (Principado de)	0,0228	0,0150	0,0306
Balears (Illes)	0,0121	0,0053	0,0189
Canarias	0,0510	0,0404	0,0616
Cantabria	0,0254	0,0153	0,0355
Castilla y León	0,0480	0,0387	0,0574
Castilla-La Mancha	0,0545	0,0426	0,0664
Cataluña	0,0105	0,0072	0,0137
Comunitat Valenciana	0,0200	0,0152	0,0248
Extremadura	0,0943	0,0763	0,1123
Galicia	0,0392	0,0308	0,0477
Madrid (Comunidad de)	0,0108	0,0071	0,0144
Murcia (Región de)	0,0254	0,0171	0,0337
Navarra (Comunidad Foral de)	0,0101	0,0030	0,0172
País Vasco	0,0013	-0,0001	0,0027
Rioja (La)	0,0128	0,0054	0,0201
Ceuta y Melilla	0,0428	0,0185	0,0671
<b>TOTAL ESPAÑA</b>	<b>0,0283</b>	<b>0,0264</b>	<b>0,0302</b>

Fuente: Elaboración propia a partir de los microdatos del fichero longitudinal de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares del año 2004.

**Tabla A.1**

ESTIMACIÓN DE LOS ÍNDICES DE POBREZA E INTERVALOS DE CONFIANZA  
AL 95%, CON INFERENCIA CLÁSICA PARA TODOS LOS HOGARES

(Conclusión)

<i>INFERENCIA CLÁSICA</i>			
<i>2004</i>	<i>FGT3</i>	<i>INF.</i>	<i>SUP.</i>
Andalucía	0,0148	0,0116	0,0181
Aragón	0,0087	0,0049	0,0125
Asturias (Principado de)	0,0065	0,0034	0,0096
Balears (Illes)	0,0040	0,0012	0,0068
Canarias	0,0153	0,0111	0,0195
Cantabria	0,0065	0,0032	0,0099
Castilla y León	0,0179	0,0130	0,0227
Castilla-La Mancha	0,0200	0,0141	0,0258
Cataluña	0,0031	0,0016	0,0046
Comunitat Valenciana	0,0051	0,0035	0,0067
Extremadura	0,0358	0,0270	0,0446
Galicia	0,0148	0,0103	0,0193
Madrid (Comunidad de)	0,0025	0,0014	0,0036
Murcia (Región de)	0,0065	0,0037	0,0093
Navarra (Comunidad Foral de)	0,0030	0,0004	0,0056
País Vasco	0,0003	-0,0001	0,0006
Rioja (La)	0,0035	0,0008	0,0062
Ceuta y Melilla	0,0192	0,0054	0,0330
<b>TOTAL ESPAÑA</b>	<b>0,0092</b>	<b>0,0084</b>	<b>0,0101</b>

Fuente: Elaboración propia a partir de los microdatos del fichero longitudinal de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares del año 2004.

**Tabla A.2**  
**ESTIMACIÓN DE LOS ÍNDICES DE POBREZA E INTERVALOS DE**  
**CONFIANZA AL 95%, CON INFERENCIA CLÁSICA PARA LOS HOGARES**  
**CON MAYORES DE 65 AÑOS**

(Continúa)

<i>INFERENCIA CLÁSICA</i>			
<i>2004</i>	<i>FGT1</i> <i>En %</i>	<i>INF.</i>	<i>SUP.</i>
Andalucía	32,11	0,2719	0,3702
Aragón	20,33	0,1449	0,2618
Asturias (Principado de)	23,16	0,1634	0,2998
Balears (Illes)	8,12	0,0321	0,1303
Canarias	31,26	0,2377	0,3875
Cantabria	21,94	0,1431	0,2957
Castilla y León	27,72	0,2270	0,3275
Castilla-La Mancha	35,30	0,2873	0,4188
Cataluña	10,10	0,0707	0,1313
Comunitat Valenciana	21,98	0,1674	0,2722
Extremadura	47,40	0,3910	0,5570
Galicia	23,01	0,1855	0,2747
Madrid (Comunidad de)	8,18	0,0443	0,1193
Murcia (Región de)	20,82	0,1373	0,2792
Navarra (Comunidad Foral de)	5,81	0,0105	0,1056
País Vasco	1,81	-0,0045	0,0407
Rioja (La)	11,86	0,0495	0,1878
Ceuta y Melilla	17,14	0,0447	0,2981
<b>TOTAL ESPAÑA</b>	<b>21,05</b>	<b>0,1967</b>	<b>0,2244</b>

Fuente: Elaboración propia a partir de los microdatos del fichero longitudinal de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares del año 2004.

**Tabla A.2**  
**ESTIMACIÓN DE LOS ÍNDICES DE POBREZA E INTERVALOS DE**  
**CONFIANZA AL 95%, CON INFERENCIA CLÁSICA PARA LOS HOGARES**  
**CON MAYORES DE 65 AÑOS**

(Continuación)

<i>INFERENCIA CLÁSICA</i>			
<i>2004</i>	<i>FGT2</i>	<i>INF.</i>	<i>SUP.</i>
Andalucía	0,0738	0,0586	0,0891
Aragón	0,0413	0,0253	0,0573
Asturias (Principado de)	0,0395	0,0243	0,0546
Balears (Illes)	0,0170	0,0040	0,0301
Canarias	0,0676	0,0478	0,0874
Cantabria	0,0273	0,0141	0,0404
Castilla y León	0,0677	0,0508	0,0846
Castilla-La Mancha	0,0929	0,0699	0,1160
Cataluña	0,0110	0,0265	0,0063
Comunitat Valenciana	0,0376	0,0260	0,0491
Extremadura	0,1453	0,1131	0,1776
Galicia	0,0578	0,0430	0,0727
Madrid (Comunidad de)	0,0158	0,0072	0,0245
Murcia (Región de)	0,0363	0,0202	0,0524
Navarra (Comunidad Foral de)	0,0143	0,0006	0,0280
País Vasco	0,0024	-0,0011	0,0059
Rioja (La)	0,0184	0,0048	0,0320
Ceuta y Melilla	0,0569	0,0018	0,1120
<b>TOTAL ESPAÑA</b>	<b>0,0469</b>	<b>0,0428</b>	<b>0,0509</b>

Fuente: Elaboración propia a partir de los microdatos del fichero longitudinal de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares del año 2004.

**Tabla A.2**  
**ESTIMACIÓN DE LOS ÍNDICES DE POBREZA E INTERVALOS DE**  
**CONFIANZA AL 95%, CON INFERENCIA CLÁSICA PARA LOS HOGARES**  
**CON MAYORES DE 65 AÑOS**

(Conclusión)

<i>INFERENCIA CLÁSICA</i>			
<i>2004</i>	<i>FGT3</i>	<i>INF.</i>	<i>SUP.</i>
Andalucía	0,0264	0,0187	0,0341
Aragón	0,0138	0,0064	0,0211
Asturias (Principado de)	0,0104	0,0049	0,0158
Balears (Illes)	0,0056	0,0001	0,0111
Canarias	0,0196	0,0125	0,0267
Cantabria	0,0058	0,0020	0,0096
Castilla y León	0,0272	0,0177	0,0368
Castilla-La Mancha	0,0368	0,0248	0,0488
Cataluña	0,0063	0,0024	0,0102
Comunitat Valenciana	0,0098	0,0057	0,0138
Extremadura	0,0588	0,0416	0,0759
Galicia	0,0230	0,0149	0,0311
Madrid (Comunidad de)	0,0042	0,0015	0,0069
Murcia (Región de)	0,0098	0,0037	0,0159
Navarra (Comunidad Foral de)	0,0048	-0,0006	0,0102
País Vasco	0,0004	-0,0003	0,0012
Rioja (La)	0,0044	0,0004	0,0083
Ceuta y Melilla	0,0301	-0,0076	0,0679
<b>TOTAL ESPAÑA</b>	<b>0,0165</b>	<b>0,0145</b>	<b>0,0185</b>

Fuente: Elaboración propia a partir de los microdatos del fichero longitudinal de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares del año 2004.

**Tabla A.3**  
**ESTIMACIÓN DE LOS ÍNDICES DE POBREZA E INTERVALOS DE**  
**CONFIANZA AL 95%, CORREGIDOS DE SESGO, CON METODOLOGÍA**  
**BOOTSTRAP (MÉTODO PERCENTIL) PARA LOS HOGARES CON**  
**MAYORES DE 65 AÑOS**

(Continúa)

<i>BOOTSTRAP CON 1.000 RÉPLICAS</i>			
<i>2004</i>	<i>FGT1</i> <i>En %</i>	<i>INF.</i>	<i>SUP.</i>
Andalucía	32,10	0,2681	0,3697
Aragón	20,41	0,1429	0,2640
Asturias (Principado de)	22,24	0,1689	0,3246
Balears (Illes)	8,26	0,0349	0,1435
Canarias	30,82	0,2332	0,4002
Cantabria	21,87	0,1345	0,3232
Castilla y León	27,39	0,2243	0,3365
Castilla-La Mancha	35,82	0,2835	0,4260
Cataluña	10,06	0,0707	0,1319
Comunitat Valenciana	22,23	0,1667	0,2776
Extremadura	47,62	0,3749	0,5588
Galicia	23,08	0,1822	0,2790
Madrid (Comunidad de)	8,31	0,0459	0,1277
Murcia (Región de)	20,37	0,1425	0,2899
Navarra (Comunidad Foral de)	5,91	0,0183	0,1109
País Vasco	1,80	0,0000	0,0421
Rioja (La)	11,98	0,0590	0,1912
Ceuta y Melilla	14,00	0,0845	0,3315
<b>TOTAL ESPAÑA</b>	<b>21,01</b>	<b>0,1955</b>	<b>0,2259</b>

Fuente: Elaboración propia a partir de los microdatos del fichero longitudinal de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares del año 2004.

**Tabla A.3**  
**ESTIMACIÓN DE LOS ÍNDICES DE POBREZA E INTERVALOS DE**  
**CONFIANZA AL 95%, CORREGIDOS DE SESGO, CON METODOLOGÍA**  
**BOOTSTRAP (MÉTODO PERCENTIL) PARA LOS HOGARES CON**  
**MAYORES DE 65 AÑOS**

(Continuación)

<i>BOOTSTRAP CON 1.000 RÉPLICAS</i>			
<i>2004</i>	<i>FGT2</i>	<i>INF.</i>	<i>SUP.</i>
Andalucía	0,0739	0,0581	0,0891
Aragón	0,0423	0,0248	0,0576
Asturias (Principado de)	0,0371	0,0268	0,0582
Balears (Illes)	0,0178	0,0054	0,0369
Canarias	0,0678	0,0479	0,0920
Cantabria	0,0272	0,0154	0,0430
Castilla y León	0,0675	0,0500	0,0869
Castilla-La Mancha	0,0938	0,0676	0,1203
Cataluña	0,0187	0,0117	0,0270
Comunitat Valenciana	0,0385	0,0262	0,0492
Extremadura	0,1457	0,1068	0,1832
Galicia	0,0582	0,0420	0,0744
Madrid (Comunidad de)	0,0162	0,0075	0,0269
Murcia (Región de)	0,0348	0,0245	0,0574
Navarra (Comunidad Foral de)	0,0144	0,0042	0,0292
País Vasco	0,0025	0,0000	0,0067
Rioja (La)	0,0189	0,0069	0,0339
Ceuta y Melilla	0,0352	0,0343	0,1300
<b>TOTAL ESPAÑA</b>	<b>0,0468</b>	<b>0,0428</b>	<b>0,0516</b>

Fuente: Elaboración propia a partir de los microdatos del fichero longitudinal de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares del año 2004.



**Tabla A.3**  
**ESTIMACIÓN DE LOS ÍNDICES DE POBREZA E INTERVALOS DE**  
**CONFIANZA AL 95%, CORREGIDOS DE SESGO, CON METODOLOGÍA**  
**BOOTSTRAP (MÉTODO PERCENTIL) PARA LOS HOGARES CON**  
**MAYORES DE 65 AÑOS**

(Conclusión)

<i>BOOTSTRAP CON 1.000 RÉPLICAS</i>			
<i>2004</i>	<i>FGT3</i>	<i>INF.</i>	<i>SUP.</i>
Andalucía	0,0263	0,0192	0,0344
Aragón	0,0139	0,0071	0,0222
Asturias (Principado de)	0,0095	0,0062	0,0185
Balears (Illes)	0,0058	0,0012	0,0160
Canarias	0,0200	0,0129	0,0284
Cantabria	0,0059	0,0027	0,0103
Castilla y León	0,0274	0,0172	0,0386
Castilla-La Mancha	0,0372	0,0250	0,0531
Cataluña	0,0063	0,0033	0,0107
Comunitat Valenciana	0,0099	0,0062	0,0143
Extremadura	0,0585	0,0410	0,0822
Galicia	0,0233	0,0153	0,0325
Madrid (Comunidad de)	0,0044	0,0016	0,0075
Murcia (Región de)	0,0095	0,0049	0,0171
Navarra (Comunidad Foral de)	0,0050	0,0010	0,0116
País Vasco	0,0004	0,0000	0,0015
Rioja (La)	0,0044	0,0014	0,0088
Ceuta y Melilla	0,0169	0,0152	0,0949
<b>TOTAL ESPAÑA</b>	<b>0,0165</b>	<b>0,0144</b>	<b>0,0189</b>

Fuente: Elaboración propia a partir de los microdatos del fichero longitudinal de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares del año 2004.

**Tabla A.4**

COMPARACIÓN DE LA AMPLITUD DE LOS INTERVALOS DE CONFIANZA  
BOOTSTRAP (MÉTODO PERCENTIL) CON LOS INTERVALOS  
DE CONFIANZA (CORREGIDOS DE SESGO) DERIVADOS DE LA  
INFERENCIA CLÁSICA CON LOS DATOS ORIGINALES,  
AL 95% DE NIVEL DE CONFIANZA

<i>INFERENCIA CLÁSICA/MÉTODO PERCENTIL</i>			
<i>2004</i>	<i>FGT1</i>	<i>FGT2</i>	<i>FGT3</i>
Andalucía	0,97	0,98	1,03
Aragón	0,96	0,97	0,98
Asturias (Principado de)	0,91	1,02	1,01
Balears (Illes)	0,91	0,85	0,82
Canarias	0,91	0,89	0,91
Cantabria	0,80	0,94	1,01
Castilla y León	0,90	0,92	0,88
Castilla-La Mancha	0,91	0,85	0,86
Cataluña	0,98	1,03	1,08
Comunitat Valenciana	0,94	0,96	1,01
Extremadura	0,91	0,84	0,82
Galicia	0,93	0,92	0,94
Madrid (Comunidad de)	0,92	0,89	0,91
Murcia (Región de)	0,97	1,06	1,04
Navarra (Comunidad Foral de)	1,03	1,09	1,03
País Vasco	1,11	1,09	1,25
Rioja (La)	1,05	1,00	1,09
Ceuta y Melilla	1,07	1,32	1,51
<b>TOTAL ESPAÑA</b>	<b>0,92</b>	<b>0,93</b>	<b>0,89</b>

Fuente: Elaboración propia a partir de los microdatos del fichero longitudinal de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares del año 2004.

**Tabla A.5****TAMAÑOS MUESTRALES DE LAS DISTINTAS COMUNIDADES AUTÓNOMAS PARA LOS HOGARES CON MAYORES DE 65 AÑOS**

<i>2004</i>	<i>n</i>
Andalucía	346
Aragón	182
Asturias (Principado de)	147
Balears (Illes)	119
Canarias	147
Cantabria	113
Castilla y León	305
Castilla-La Mancha	203
Cataluña	379
Comunitat Valenciana	240
Extremadura	139
Galicia	342
Madrid (Comunidad de)	205
Murcia (Región de)	126
Navarra (Comunidad Foral de)	93
País Vasco	134
Rioja (La)	84
Ceuta y Melilla	34
<b>TOTAL ESPAÑA</b>	<b>3.338</b>

Fuente: Elaboración propia a partir de los microdatos del fichero longitudinal de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares del año 2004.

**Tabla A.6**

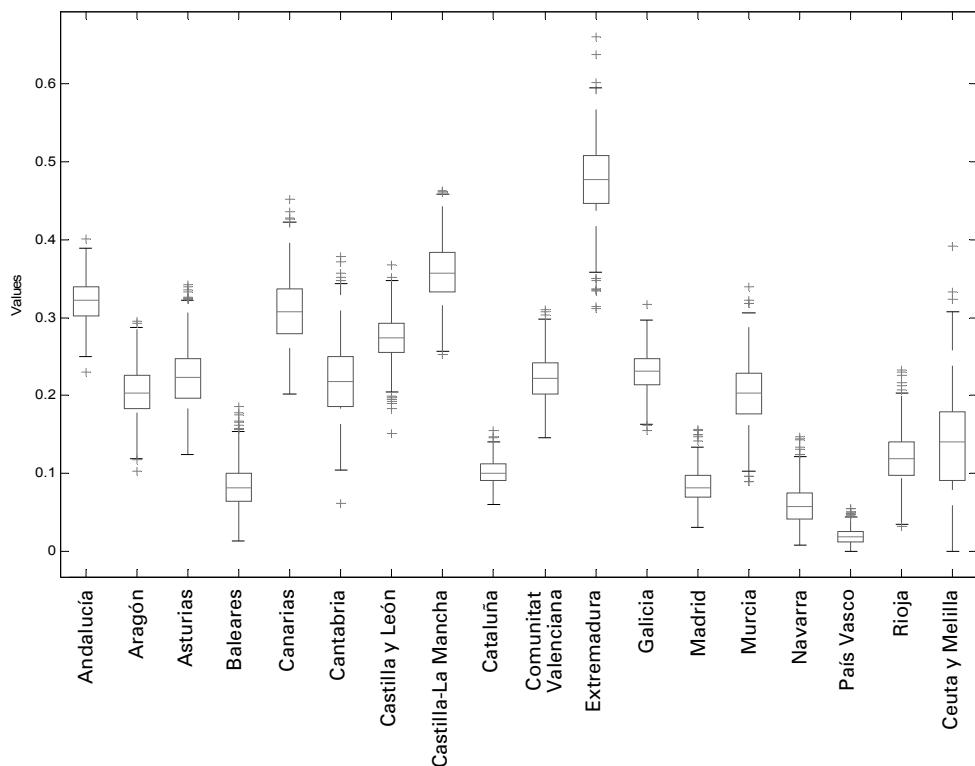
PIB PER CÁPITA A PRECIOS DE MERCADO POR COMUNIDADES AUTÓNOMAS ORDENADAS DE MENOR A MAYOR VALOR PARA EL AÑO 2004. DATOS PROVISIONALES (Unidades Euros)

<i>Comunidad Autónoma</i>	<i>PIB per cápita</i>
Extremadura	13.070
Andalucía	15.203
Castilla la Mancha	15.525
Galicia	15.853
Murcia (Región de)	16.572
Asturias (Principado de)	16.975
Ceuta	17.158
Melilla	17.657
Canarias	18.130
Comunitat Valenciana	18.362
Castilla y León	18.493
Cantabria	19.125
Aragón	20.980
Rioja (La)	21.357
Balears (Illes)	22.234
Cataluña	23.563
País Vasco	24.626
Navarra (Comunidad Foral de)	24.711
Madrid (Comunidad de)	25.816
TOTAL NACIONAL	19.700

Fuente: Contabilidad Regional del INE.

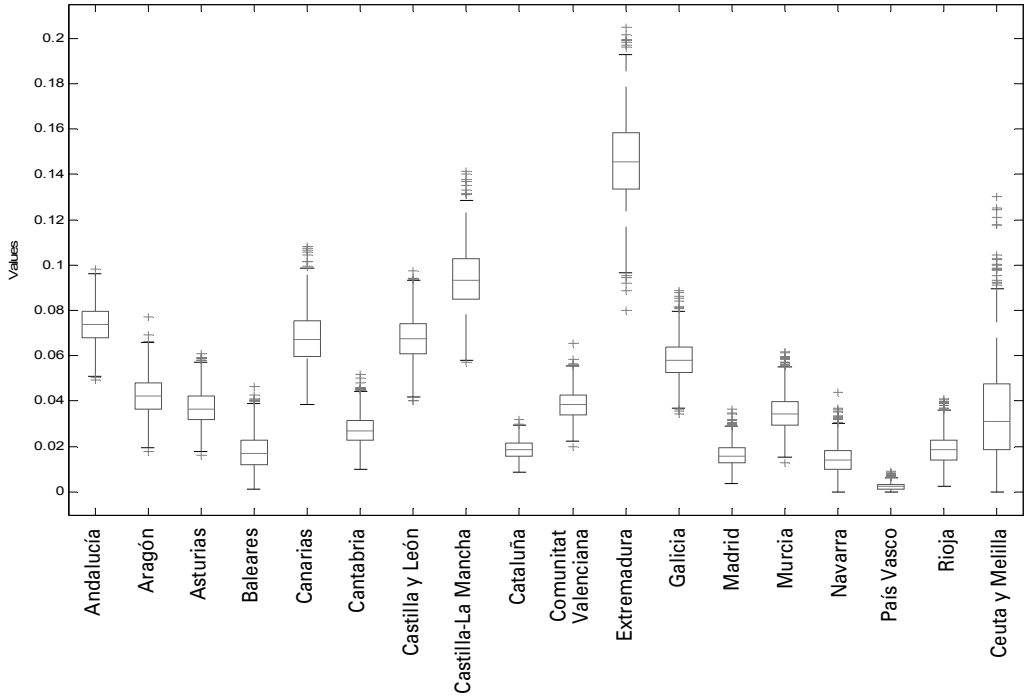
ANEXO 2

**Figura A.1**  
 GRÁFICOS BOX-PLOT DEL ÍNDICE  $FGT_1$  *BOOTSTRAP* PARA LOS  
 HOGARES CON MAYORES DE 65 AÑOS POR COMUNIDADES  
 AUTÓNOMAS CON 1.000 RÉPLICAS



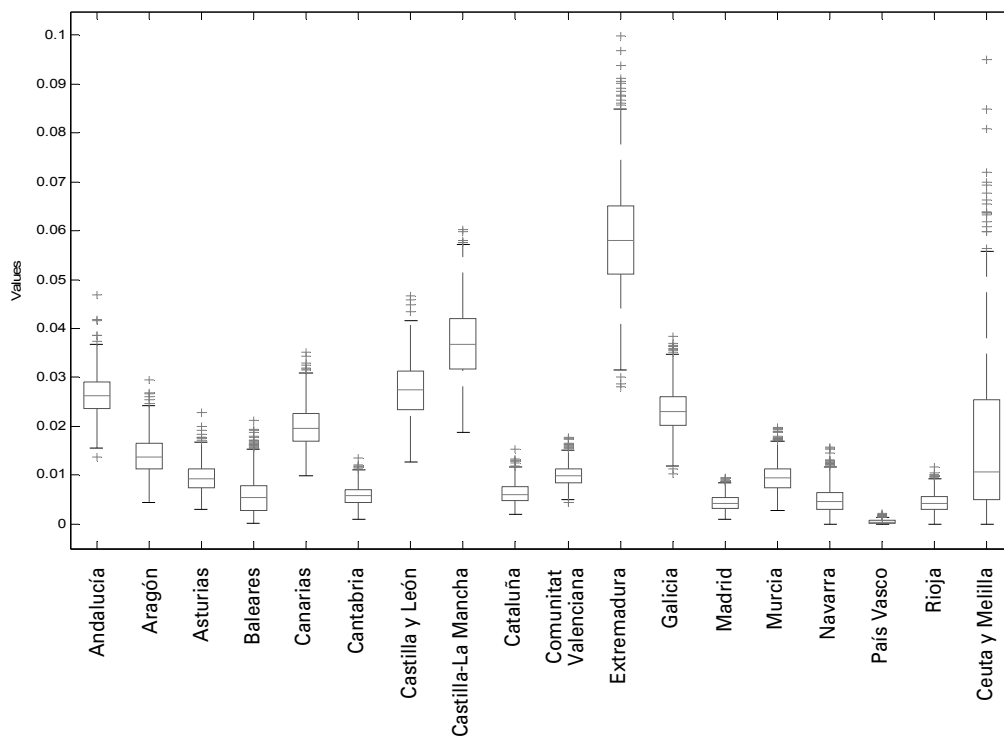
Fuente: Elaboración propia a partir de los microdatos del fichero longitudinal de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares del año 2004.

**Figura A.2**  
**GRÁFICOS BOX-PLOT DEL ÍNDICE FGT<sub>2</sub> *BOOTSTRAP* PARA LOS**  
**HOGARES CON MAYORES DE 65 AÑOS POR COMUNIDADES**  
**AUTÓNOMAS CON 1.000 RÉPLICAS**



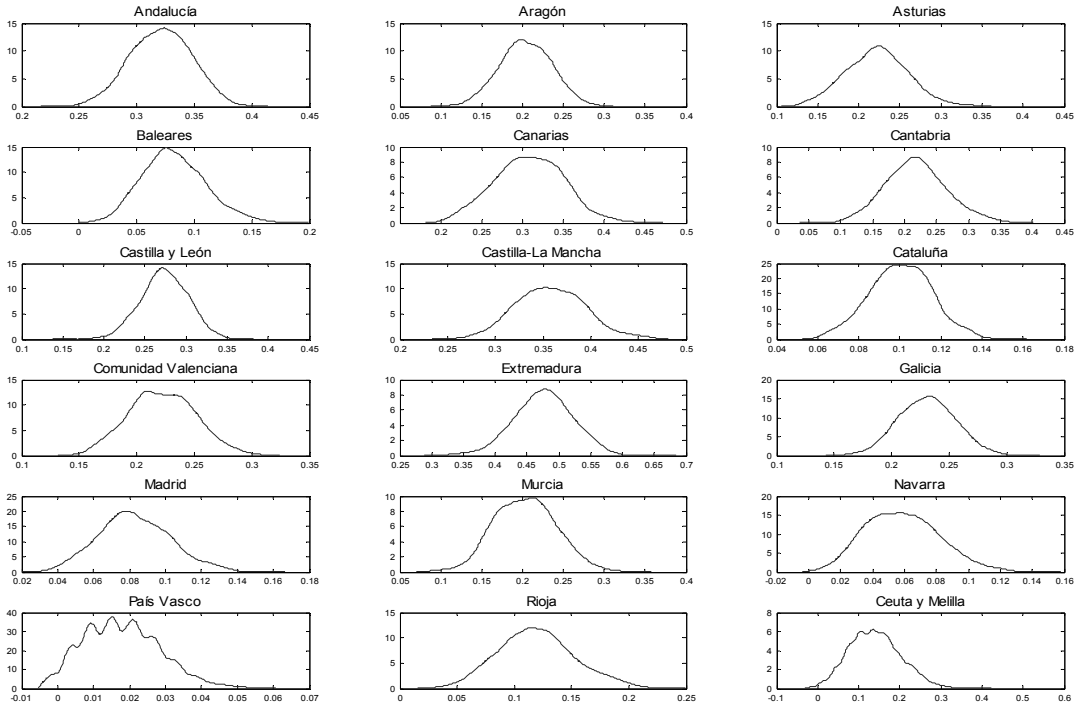
Fuente: Elaboración propia a partir de los microdatos del fichero longitudinal de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares del año 2004.

**Figura A.3**  
**GRÁFICOS BOX-PLOT DEL ÍNDICE FGT<sub>3</sub> BOOTSTRAP PARA LOS HOGARES CON MAYORES DE 65 AÑOS POR COMUNIDADES AUTÓNOMAS CON 1.000 RÉPLICAS**



Fuente: Elaboración propia a partir de los microdatos del fichero longitudinal de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares del año 2004.

**Figura A.4**  
**FUNCIONES KERNEL DEL ÍNDICE  $FGT_1$  *BOOTSTRAP* PARA LOS**  
**HOGARES CON MAYORES DE 65 AÑOS POR COMUNIDADES**  
**AUTÓNOMAS CON 1.000 RÉPLICAS(\*).**

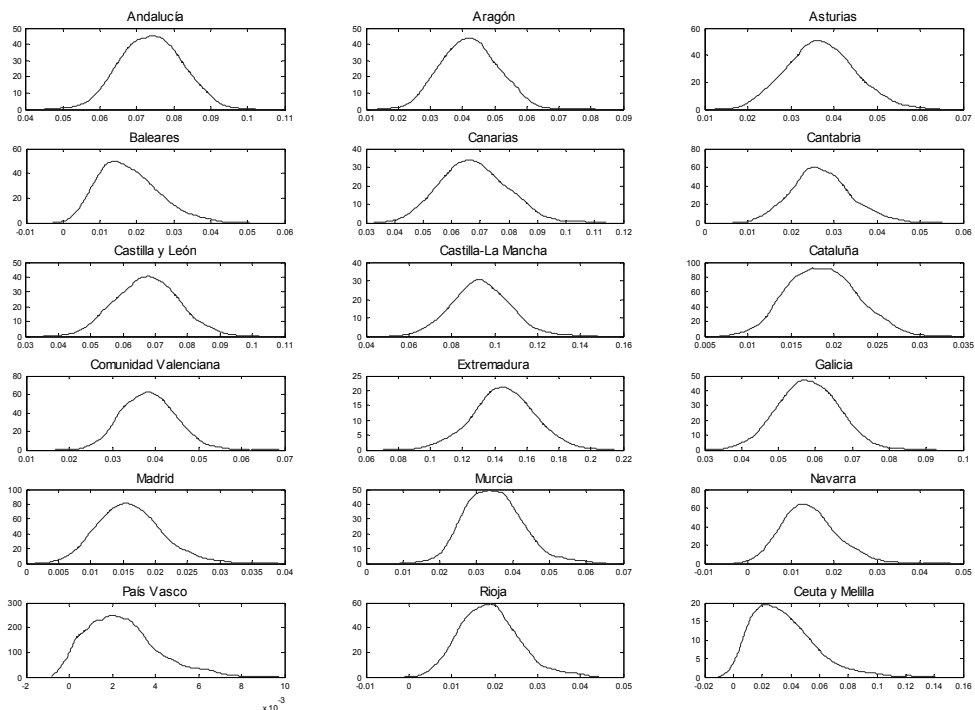


Fuente: Elaboración propia a partir de los microdatos del fichero longitudinal de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares del año 2004.

(\*) El tipo de función Kernel que se ha utilizado es la que usa por defecto Matlab que es del tipo Epanechnikov. El ancho de banda empleado es el de Silverman que también utiliza por defecto Matlab.



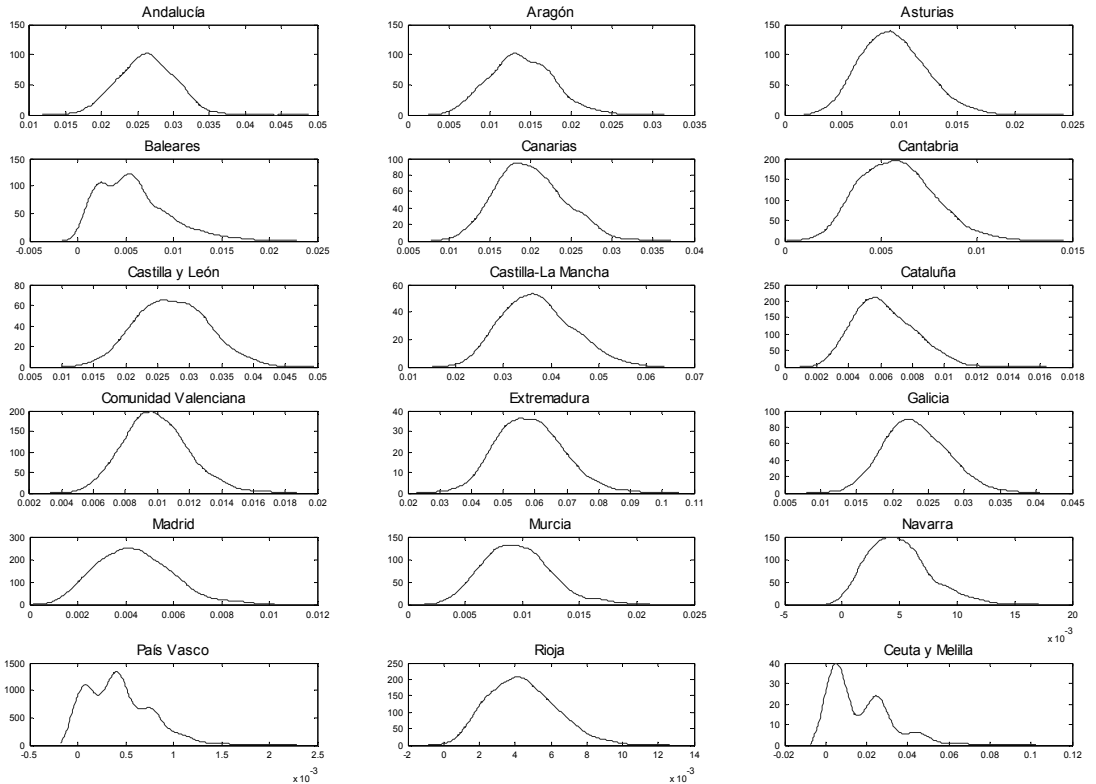
**Figura A.5**  
**FUNCIONES KERNEL DEL ÍNDICE FGT<sub>2</sub> BOOTSTRAP PARA LOS**  
**HOGARES CON MAYORES DE 65 AÑOS POR COMUNIDADES**  
**AUTÓNOMAS CON 1000 RÉPLICAS(\*)**.



Fuente: Elaboración propia a partir de los microdatos del fichero longitudinal de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares del año 2004.

(\*) El tipo de función Kernel que se ha utilizado es la que usa por defecto Matlab que es del tipo Epanechnikov. El ancho de banda empleado es el de Silverman que también utiliza por defecto Matlab.

**Figura A.6**  
**FUNCIONES KERNEL DEL ÍNDICE  $FGT_3$  *BOOTSTRAP* PARA LOS**  
**HOGARES CON MAYORES DE 65 AÑOS POR COMUNIDADES**  
**AUTÓNOMAS CON 1.000 RÉPLICAS(\*).**



Fuente: Elaboración propia a partir de los microdatos del fichero longitudinal de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares del año 2004.

(\*) El tipo de función Kernel que se ha utilizado es la que usa por defecto Matlab que es del tipo Epanechnikov. El ancho de banda empleado es el de Silverman que también utiliza por defecto Matlab.

## REFERENCIAS

- ALDÁS, J.; GOERLICH, F.J. Y MAS, M. (2006). «Gasto de las familias en las CC.AA. españolas (1998-2002): Pautas de consumo, desigualdad y convergencia» *Fundación Caixa Galicia, Centro de Investigación Económica y Financiera*.
- AYALA, L.; PALACIO, J. I. (2000). «Hogares de baja renta en España: caracterización y determinantes». *Revista de Economía Aplicada*. Nº 23, vol. VIII, pp. 35-70.
- BIEWEN, M. (2002). «Bootstrap inference for inequality, movility and poverty measurement» *Journal of Econometrics*. 108: pp 317-342.
- BISHOP, J.A.; CHOW, K.V. ; ZHENG , B. (1995). «Statistical inference and decomposable poverty measures». *Bulletin of Economic Research*. 47:4, pp. 329-340.
- BISHOP, J.A.; FORMBY, J.P.; ZHENG, B. (1997). «Statistical inference and the Sen index of poverty». *International Economic Review*. Vol. 38, nº 2. Mayo 1997, pp. 381-387.
- BUHMANN, B.; RAINWATER, L.; SCHMAUS, G.; SMEEDING, T. (1988). «Equivalence scales, Well-Being, Inequality and Poverty: Sensitive Estimates across then countries using the Luxembourg Income Study (LIS) database». *Review of Income and Wealth*. 34, pp. 115-142.
- CANTÓ, O. (1997). «Desempleo y pobreza en la España de los noventa». *Papeles de Economía Española*, 72, pp. 88-105.
- CANTÓ, O; DEL RÍO, C.; GRADÍN, C. (2000). «La situación de los estudios de desigualdad y pobreza en España». *Cuadernos de Gobierno y Administración*, 2, pp. 25-94.
- CANTÓ, O. Y MERCADER-PRATS, M. (1998), "Child Poverty in Spain: What Can Be Said?". *Innocenti Occasional Papers, Economic and Social Policy Series*, nº 66, UNICEF International Child Development Centre, Florencia.
- CANTÓ, O. Y MERCADER-PRATS, M. (1999), «Poverty among children and youth in Spain: The role of parents and youth employment status». *Documento de Trabajo*, nº 99-07, Departament d'Economia Aplicada, Universitat Autònoma de Barcelona.
- CANTÓ, O. Y MERCADER; M. (2001). «Pobreza y familia: ¿son los jóvenes una carga o una ayuda?». *Papeles de Economía Española: Distribución de la renta en España*. Nº 88.
- COUTLER, F.; COWELL, F.; JENKINS, S. (1991). «Equivalence scale relativities and the extent of ineuality and poverty». *The Economic Journal*. 102. pp. 1067-1082.

- DALTON, H. (1920). «The measurement of the inequality of incomes». *Economic Journal* (30).
- DAVIDSON, R.; DUCLOS, J.Y. (2000). «Statistical inference for stochastic dominance and for the measurement of poverty and inequality». *Econometrica*. Vol. 68, nº 6.
- DEL RÍO, C. Y RUIZ-CASTILLO, J. (2001). «TIPs for Poverty. The Case of Spain, 1980-81 to 1990-91». *Investigaciones Económicas*. XXV, pp. 63-92, enero 2001.
- DI CICCIO, T.J. Y BRADLEY, E. (1996). «Bootstrap Confidence Intervals». *Statistical Science*, vol. 11, nº 3 (Aug., 1996), pp. 189-212
- EFRON, B. (1979), «Bootstrap methods: another look at the jackknife». *Annals Statistics*, 7, pp. 1-26.
- EFRON, B. Y TIBSHIRANI, R. J. (1986), «Bootstrap methods for standard errors, confidence intervals, and other measures of statistical accuracy (with discussion)». *Statist. Scj.*, 1, pp. 54-77.
- EFRON, B. Y TIBSHIRANI, R.J. (1993), «An Introduction to the Bootstrap». *Monographs on Statistics and Applied Probability*, 57, Chapman & Hall Inc, New York.
- FORMBY, J.P.; KIM, H.; ZHENG, B. (2001). «Sen measures of poverty in the United States: cash versus comprehensive incomes in the 1990s». *Pacific Economic Review*. 6: 2, pp. 193-210.
- FOSTER, J.E.; GREER, J.; THORBECKE, E. (1984). «A class of decomposable poverty measures». *Econometrica*, 3 (52).
- GRADÍN, C. (2001). «Polarización y desigualdad en Galicia y España, un análisis comparativo». *Revista de Estudios Regionales*. nº 59, pp. 47-68.
- GRADÍN, C.; DEL RÍO, C.; CANTÓ, O.(2006). «Poverty and women's labor market activity: the role of gender wage discrimination in the EU». *ECINEQWP 2006-40*.
- HOROWITZ, J.L. (2001), «The Bootstrap». *Handbook of Econometrics*, v. 5, Editors: Heckman, J.J. and Leamer, E., North Holland.
- KAKWANI, N. (1989). «Testing for Significance of poverty Differences with application to Côte d'Ivoire». *Indiana University Libraries*.
- MARTÍN-GUZMÁN, P. Y OTROS (1996). «Desigualdad y pobreza en España. Estudio basado en las Encuestas de Presupuestos Familiares de 1973-74, 1980-81 y 1990-91». *Publicaciones del INE*.
- MARTÍNEZ, M. (2005). «Gastos redistributivos y federalismo fiscal: el gasto de los sistemas de rentas mínimas». *Ed: Instituto de Estudios Fiscales*.

- RONGVE, I. (1997). «Statistical inference for poverty indices with fixed poverty lines». *Applied Economics*. Nº 29, pp. 387-392.
- RUIZ-CASTILLO, J. (1987). «La medición de la pobreza y la desigualdad en España». *Banco de España, Estudios Económicos*. Nº 42.
- SCHLUTER, CHRISTIAN; TREDE, MARK (2002). «Statistical inference for inequality and poverty measurement with dependent data». *International Economic Review*. Vol. 43, nº 2, mayo.
- SIERRA, L. Y CORRAL, J. M. (1998), «La pobreza en la Comunidad Autónoma del País Vasco». *Ekonomiaz*, 40, pp. 166-183.
- TOHARIA, L. (1993), «La incidencia familiar del paro» en L. Garrido y E. Gil Campos (comps.). *Estrategias Familiares*, Alianza Editorial, Madrid.

## REGIONAL ANALYSIS OF POVERTY FOR THE ELDERLY GROUP: CLASSICAL INFERENCE VS. BOOTSTRAP TECHNIQUES

### ABSTRACT

This paper analyzes the regional profile of poverty in households with elderly people (over 65 years). Based on the longitudinal database from the file of the Household Budget Survey for 2004 (INE), we estimate indices for studying the incidence, intensity of poverty and inequality. The aim is double: it seeks to obtain a map of the regional distribution of poverty for the collective of elderly citizens in Spain. On the other hand, the research compares the accuracy of the inference techniques with classical techniques based on computational methods. The results show how for small samples, bootstrap techniques allow more adequate results.

*Key words:* poverty, asymptotic inference, bootstrap

*Classification A.M.S:* 62P20