¿Es posible aplicar el método RAS directamente sobre la inversa de Leontief?

Xesús Pereira López
Departamento de Economía Cuantitativa
Instituto Universitario de Estudios e Desenvolvemento de Galicia (IDEGA)
Universidade de Santiago de Compostela

José Luis Quiñoá López
Departamento de Economía Cuantitativa
Universidade de Santiago de Compostela

André Carrascal Incera
Instituto Universitario de Estudios e Desenvolvemento de Galicia (IDEGA)
Universidade de Santiago de Compostela

Resumen

Existen muchas técnicas de actualización matricial, entre ellas destacan el RAS básico y sus extensiones. El RAS es un método biproporcional de ajuste, que consiste en multiplicar de forma reiterada los elementos de las filas y las columnas de una matriz base por unos coeficientes correctores. Esta técnica se utiliza casi siempre sobre la matriz de coeficientes técnicos (o sobre la matriz de consumos intermedios), aunque es posible adaptarla a otros contextos. Puede adoptar distintas formulaciones, de hecho se acostumbra expresar como un programa de optimización, en el cual se minimiza una distancia entre matrices sujeta a unas restricciones. En este artículo se presenta el algoritmo de escala que se corresponde con la aplicación directa del RAS sobre la inversa de Leontief. Se verá como es necesario trabajar simultáneamente con los modelos de demanda y precios para lograr una solución coherente.

Palabras clave: actualización matricial; input-output; inversa de Leontief; RAS.

Clasificación AMS: 65K05, 93D25.

Is it possible to apply the RAS directly on the Leontief inverse?

Abstract

There are many techniques for updating matrices, including the basic RAS and its extensions. The RAS is a bi-proportional method of adjustment, which consists in repeatedly multiply the elements of the rows and columns in a matrix by correction coefficients. This technique is almost always used on the technical coefficients matrix (or the intermediate consumption matrix), but can also be adapted to other contexts. It can take different formulations; in fact, it is usually expressed as an optimization program which minimizes the distance between matrices subject to some restrictions. This paper presents the algorithm of scale that corresponds to the direct application of RAS to the Leontief inverse. During the process, it is necessary to work simultaneously with the demand and price models to achieve a coherent solution.

Keywords: matrix updating; input-output; Leontief inverse; RAS.

AMS Classification: 65K05, 93D25.

1. Introducción

La elaboración de tablas input-output (TIO) implica un elevado esfuerzo, a lo que hay que añadir su gran coste. De ahí que las TIO se divulguen normalmente para cada lustro. El estudio de los métodos de actualización matricial presenta un gran interés dada la necesidad de descubrir procedimientos de estimación indirecta (*non-survey*) que ofrezcan una alternativa fiable a las elaboraciones de TIO mediante encuestas (*survey*). Así, en la medida de lo posible, los institutos oficiales de estadística y los investigadores en este ámbito científico tratan de elaborar TIO *non-survey*.

Seguramente el RAS básico ha sido la herramienta más explotada para realizar ajustes. Es una técnica biproporcional de actualización matricial, que consiste en multiplicar de forma sucesiva los elementos de las filas y las columnas de una matriz base por ciertos coeficientes correctores hasta que se cumplan las restricciones dadas por las correspondientes sumas por filas y columnas, que son conocidas a priori. El RAS ha sido diseñado por Stone y Brown (1962), y con el paso del tiempo tanto sus referencias como sus extensiones se han multiplicado abundantemente; véase por ejemplo, Bacharach (1970), Morrison y Smith, (1974), Allen y Lecomber (1975), Sawyer y Miller (1983), Szyrmer (1989), Polenske (1997), Jalili (2000) o Jackson y Murray (2004). Además, varias revisiones de carácter empírico, como las de Polenske (1997) o Jackson y Murray (2004), tienden a concluir que, con el mismo tipo de información, los resultados del RAS infrecuentemente han sido superados por otras alternativas metodológicas. A su vez, esta herramienta y sus múltiples variantes han sido asiduamente objeto de contraste. De hecho, distintas investigaciones han experimentado con distintas técnicas de ajuste y han efectuado los correspondientes contrastes, en las que el RAS básico siempre está presente; a estos efectos, consúltese Pavia *et al.* (2009) o Lahr y Mesnard (2004).

Ahora bien, el RAS es utilizado casi siempre sobre la matriz de consumos intermedios o sobre la matriz de coeficientes técnicos; sin embargo, es posible adaptarlo a otras matrices asociadas al marco input-output. Además, puede presentarse de distintas formas, a veces se manifiesta como un programa de optimización, en el cual se minimiza una distancia entre matrices sujeta a unas restricciones, dadas precisamente por las sumas por filas y columnas (también denominados márgenes).

El RAS básico ha sido objeto de críticas y halagos. Entre sus principales ventajas, se encuentra el hecho de que no altera el signo de los valores de la matriz original, también posee una enorme simplicidad y versatilidad. El primer aspecto señalado es de enorme importancia porque la solución final debe tener sentido económico, luego, se deben evitar cifras negativas en la matriz de coeficientes técnicos. En cambio, el RAS básico también tiene sus limitaciones. Concretamente, la obligación de conocer de antemano el comportamiento de la demanda intermedia y consumos intermedios es un requisito incómodo, ya que esta información se publica con cierta demora. Los datos disponibles suelen ser escasos, por lo que, de algún modo, a los investigadores se les exige diseñar otros métodos alternativos, en un principio más sofisticados. Existen herramientas de actualización de carácter global que evaden la escasez de información, tales como el método euro (Beutel, 2002; o Eurostat, 2008) o el Path-RAS (Pereira *et al.* 2013). Estas técnicas tienen una mayor complejidad, no obstante, toman como referente la idea fundamental del RAS: el reparto biproporcional. Por eso, se entiende oportuno incidir en el análisis de esta herramienta tradicional, aunque ahora se pretende utilizar en otro contexto. Todo lo que se avance en este ámbito es factible que se pueda extrapolar a otros métodos, incluso ejecutados en relación a distintos escenarios de información.

En muchas ocasiones los usuarios de las TIO solamente hacen un uso exclusivo de la inversa de Leontief, sobre todo de la interior. De forma más concreta, recurren a distintos modelos para explicar el comportamiento de ciertas magnitudes, aunque las TIO *survey* están desfasadas en cierto modo. Puede afirmarse que existe una responsabilidad científica que está orientada a buscar actualizaciones de las TIO con arreglo a la información macroeconómica disponible, aunque en general dichas actualizaciones no se efectúan sobre las inversas. Aquí radica el principal objetivo de este artículo, por lo que se presenta un algoritmo que actúa de forma directa sobre la inversa de Leontief, bien sea de flujos totales o interiores. De entrada puede admitirse que no tiene mucha lógica acudir previamente a los ajustes de la matriz de coeficientes técnicos, por lo que se intuye que es más acertado centrarse directamente en la inversa. Además, se verá como es necesario trabajar de forma simultánea con los modelos de demanda y precios para diseñar una dinámica de ajuste sobre la inversa de Leontief, que aporte una solución convergente. Eso sí, el modelo de precios tendrá que ser amoldado de manera conveniente.

2. El RAS aplicado directamente sobre la inversa de Leontief

2.1 Modelos de referencia y matrices de coeficientes correctores

Normalmente el RAS, y sus múltiples variantes, se emplea sobre la matriz de coeficientes técnicos (o sobre la matriz de consumos intermedios), pero Mun-Heng (1998) lo explotó en el entorno de la inversa de Leontief, aunque centró básicamente su atención en los coeficientes globales de corrección por filas y columnas, y reveló la interrelación entre dichos coeficientes.

Ahora se hace una exposición pormenorizada de las distintas fases iterativas, de tal forma que se asegure el equilibrio contable en cada fase y, por consiguiente, que en el resultado final sea congruente. Por lo tanto, se explicarán los distintos pasos a seguir y se verá que es ineludible formalizar unos ajustes previos con arreglo a los nuevos vectores de demanda final y coeficientes de inputs primarios.

El planteamiento de la técnica estudiada se puede formalizar mediante un algoritmo de optimización o escala. En este caso se opta por la segunda alternativa. Para diseñar la dinámica iterativa es preciso trabajar de forma simultánea con los modelos de demanda y precios. En una primera instancia se considera el modelo de demanda de flujos totales (asociado a la tabla simétrica) para un año base[1]:

$$x(0) = (I - A(0))^{-1} y(0) \qquad [1]$$

con la particularidad de que se conocen todos los datos para este período. En relación a las notaciones usadas, $x(0)$ representa el vector de producción por industrias (o productos), $(I\text{-}A(0))^{-1}$ es la inversa de Leontief e $y(0)$ es el vector de demanda final neta de importaciones[2].

Para el nuevo período o año, se poseen los datos de las sumas por filas y columnas de los elementos de la matriz de consumos intermedios, al igual que el vector de producción. Es decir, se elige un escenario similar –en lo que se refiere a la disponibilidad de información– al relativo a la aplicación del RAS básico. En todo caso, es preciso señalar que estos datos siempre se consiguen con cierto retraso, lo que se convierte es un considerable inconveniente para los usuarios de la metodología input-output. Por supuesto que siempre se respectan las relaciones contables básicas de la modelización input-output. En conclusión, se tiene información acerca de los vectores de inputs primarios, $v(1)$ producción, $x(1)$ y demanda final, $y(1)$

En el proceso de ajuste intervienen sistemáticamente coeficientes correctores. De ahí que sea necesario construir matrices diagonales, gracias a los datos disponibles, que cumplan la tan característica función de rectificación biproporcional. Por un lado, el vector de producción, $x(1)$ se puede escribir tal como se indica a continuación:

$$x(1) = R^{(1)} x(0) \qquad [2]$$

siendo $R^{(1)}$ una matriz diagonal que se expresa analíticamente por medio de:

$$R^{(1)} = [\hat{x}(1)][\hat{x}(0)]^{-1} \qquad [3]$$

en donde los elementos de su diagonal principal se corresponden con las tasas brutas de variación de la producción del intervalo de tiempo que va desde el período 0 al 1.

A medida que se avance en la iteración surgirán otras correcciones por filas, para las cuales se requieren las matrices $R^{(2)}$, $R^{(3)}$ y así sucesivamente. Las construcciones de dichas matrices son análogas a la de $R^{(1)}$ con la única diferencia de que se utilizan las

1 A efectos de facilitar la exposición del algoritmo, el vector de importaciones se considera nulo.

2 En general, i es una matriz columna de unos. Además, el símbolo ^{T} denota la trasposición y $^{-1}$ la inversión. La notación ^ hace referencia a la diagonalización del vector implicado.

sucesivas estimaciones del vector de producción que surgen en el proceso iterativo. En concreto, la expresión genérica es la siguiente:

$$R^{(m)} = [\hat{x}(1)][\hat{x}^{(m-1)}]^{-1} \quad [4]$$

Por otro lado, el vector de demanda final se escribe por medio de:

$$y(1) = Ny(0) \quad [5]$$

en donde N es una matriz diagonal, como así se indica a continuación:

$$N = [\hat{y}(1)][\hat{y}(0)]^{-1} \quad [6]$$

de tal modo que los elementos de su diagonal principal son las tasas brutas de variación de demanda final en el intervalo de tiempo considerado.

Ahora bien, en una segunda instancia se considera el modelo de precios para el período de referencia:

$$p(0)^T = w(0)^T (I - A(0))^{-1} \quad [7]$$

en donde $p(0)$ es el vector de precios y $\omega(0)$ es el vector de inputs primarios por unidad de output (coeficientes). Se aclara que se usa el formato traspuesto porque en el mismo aparece tal cual la inversa de Leontief del año base, que será sobre la que se ejecuten las sucesivas rectificaciones.

En la introducción ya se comentó que es conveniente modificar el modelo de precios, porque en el momento de realizar la adaptación del algoritmo aparece una dificultad de acción. Así se tiene que por lo general las TIO responden a un esquema de flujos expresados en unidades monetarias, en donde se desconocen los precios asociados a dichos flujos; es decir, habitualmente no se poseen las TIO en unidades físicas. Por eso, en la práctica es apropiado considerar los precios iguales a la unidad[3]. En este sentido, en vez de hablar de cantidades físicas se recurre a cantidades expresadas en unidades monetarias. Al proceder de la forma indicada se facilita la labor, tal como se percibirá más adelante.

[3] Se debe evitar un empleo erróneo de esta técnica. En este sentido, se recuerda cuál es la diferencia entre la matriz de coeficientes técnicos cuánticos, A, y la matriz de coeficientes en términos de valor, A^*. Sus elementos genéricos se definen por medio del cociente entre los consumos intermedios y la producción de las distintas ramas de actividad, en un caso en términos de cantidades y en otro en términos de valor. De modo que la relación entre los mismos es la siguiente:

$$a_{ij}^* = \frac{x_{ij} p_i}{x_j p_j} = a_{ij} \frac{p_i}{p_j},$$

en donde a_{ij}^* es el elemento característico de A^* y a_{ij}^* el de A, p_i y p_j son los precios de los inputs i y j, respectivamente; y por último x_{ij} y x_j representan los inputs intermedios y la producción de la rama j en términos de cantidades. Por lo tanto, matricialmente se tiene que $A^* = \hat{p}A[\hat{p}]^{-1}$ en donde $\hat{p}$ es la matriz diagonal de los precios y $[\hat{p}]^{-1}$ es su inversa. En el supuesto caso de que $p=i$, las matrices A^* y A son iguales.

En relación a las otras matrices diagonales que intervienen en la rectificación, se tiene que el vector de precios, $p(1)$ se puede escribir del siguiente modo:

$$p(1) = S^{(1)} p(0) \qquad [8]$$

o alternativamente

$$p(1)^T = p(0)^T S^{(1)} \qquad [9]$$

siendo $S^{(1)}$ una matriz diagonal que se expresa analíticamente

$$S^{(1)} = [\hat{p}(1)][\hat{p}(0)]^{-1} \qquad [10]$$

en donde los elementos de su diagonal principal son las tasas brutas de variación de los precios en ese intervalo de tiempo. Si los precios son unitarios en los dos períodos, es evidente que la matriz $S^{(1)}$ coincide con la matriz identidad.

En la dinámica iterativa, también surgirán otras correcciones por columnas, por lo que se requiere construir $S^{(2)}$, $S^{(3)}$ y así repetidamente. Aunque los precios reales sean todos iguales a 1. Las matrices $S^{(2)}$, $S^{(3)}$ no se corresponden con la matriz identidad; no obstante, los elementos de la diagonal principal deberían de aproximarse a 1. La expresión genérica de estas matrices de rectificación por columnas es la siguiente:

$$S^{(m)} = [\hat{p}(1)][\hat{p}^{(m)}]^{-1} \qquad [11]$$

A su vez, el vector coeficientes asociados a los inputs primarios se escribe

$$w(1) = M\, w(0) \qquad [12]$$

o, de forma alternativa,

$$w(1)^T = w(0)^T M \qquad [13]$$

siendo M una matriz diagonal que se expresa analíticamente

$$M = [\hat{w}(1)][\hat{w}(0)]^{-1} \qquad [14]$$

en donde los elementos de su diagonal principal son las tasas brutas de variación del valor añadido (por unidad de output) en ese intervalo de tiempo.

2.2 Formulación del algoritmo de escala

La adaptación del RAS aplicado sobre la inversa de Leontief tiene ciertos parecidos con el uso de dicho método en el entorno de la matriz de coeficientes técnicos. La principal diferencia reside en que hay que apoyarse en los modelos de demanda y precios, o sea que se tiene una visión es más completa.

Es preciso asegurarse los equilibrios contables. Para ello, se atiende a los márgenes, que en este caso se corresponden con los vectores de producción y precios. Se sabe que en la aplicación del RAS tradicional son muy fáciles de visualizar en las propias TIO, pero en este contexto también lo son, porque se corresponden con los totales por filas de la tabla simétrica y por las sumas de coeficientes asociados a los inputs (intermedios y primarios). También hay que tener presente, si bien solo en la primera fase iterativa, los vectores de demanda final y coeficientes técnicos primarios. Después, en la segunda fase iterativa y en las sucesivas solamente interceden las correcciones marcadas por los vectores de producción y precios.

Ahora bien, como corolario del proceso estimativo es recomendable obtener soluciones que posean un significado económico. Así, dadas las características de la inversa de Leontief, los elementos de la diagonal principal de las sucesivas proyecciones de esta matriz no pueden ser menores que 1. Por lo tanto, es preciso implementar la correspondiente restricción en el algoritmo. En lo que respecta a los demás elementos de las inversas proyectadas, en principio no debería existir ningún problema dado que los mismos proceden de productos de valores positivos, los de inversa del año base y las distintas tasas de variación[4].

El punto de partida puede situarse en el modelo de demanda, aunque se podría comenzar por el modelo precios, siempre y cuando se conociesen los precios reales. En efecto, se parte del modelo para el año inicial, abordado en [1], se multiplican por la izquierda por $R^{(1)}$ ambos miembros del correspondiente sistema y, al mismo tiempo, se introduce la matriz identidad, concretamente a modo de $N^{-1}N$. De tal forma que:

$$R^{(1)}x(0) = R^{(1)}(I - A(0))^{-1}N^{-1}Ny(0) \qquad [15]$$

A partir de aquí, de acuerdo con [2] y [5] se puede simplificar la anterior expresión y se obtiene que:

$$x(1) = R^{(1)}(I - A(0))^{-1}N^{-1}y(1) \qquad [16]$$

conque tiene lugar una doble rectificación por filas y columnas sobre la inversa inicial, además con una ventaja considerable porque de esta forma el modelo de demanda para este nuevo período está calibrado y, por ende, es susceptible de ser utilizado en el análisis. Por un mero motivo de simplificación, se considera

[4] Es posible encontrarse con alguna excepción, de hecho la demanda final (agregada) para algún producto puede ser negativa en un año concreto y, en consecuencia, proporcionar tasas negativas para el intervalo de tiempo analizado.

$$L(0) = (I - A(0))^{-1} \qquad [17]$$

Por lo tanto, las sucesivas estimaciones de las inversas de Leontief se representarán mediante $L^{(i)}$ (i = 1, 2,…). Asimismo, esta primera rectificación se escribe de forma abreviada según se indica a continuación:

$$L^{(1)} = R^{(1)}(I - A(0))^{-1}N^{-1} \qquad [18]$$

Es posible que algunas tasas de variación de producción sean inferiores a 1, lo que puede implicar fácilmente que los elementos de la diagonal principal, afectados por la correspondiente rectificación por filas, sean inferiores a 1. Consecuentemente, es preciso dotarse de un mecanismo computacional que evite esta circunstancia, todo ello para que la solución final tenga sentido económico. De lo contrario, el algoritmo sería más que impugnable. Esta contingencia también puede surgir en cualquier otra rectificación, bien sea ejecutada por filas o columnas.

Ahora el problema radica en la visión por columnas. Precisamente, si se calcula la matriz de Leontief asociada a $L^{(i)}$ y, acto seguido, si se suman sus elementos por columnas se obtiene una estimación del vector de coeficientes de inputs primarios. Véase que

$$[(I - A^{(1)})]^T i = [(L^{(1)})^{-1}]^T i = w^{(1)} \qquad [19]$$

pero, en general, $w^{(1)}$ es distinto de $w(1)$. Por este motivo, es necesario realizar un nuevo ajuste por filas. De tal forma que procede estimar una nueva inversa

$$[\hat{w}^{(1)}][\hat{w}(1)]^{-1}L^{(1)} = M^{-1}L^{(1)} \qquad [20]$$

M adopta una expresión distinta a [14], simplemente porque se comenzó la dinámica estimativa a través de las filas.

Ocasionalmente, en esta primera iteración (por columnas) no es necesario multiplicar $L^{(1)}$ por la derecha por $S^{(1)}$ dado que $S^{(1)}$ coincide con la matriz identidad. En todo caso, con vistas a encontrar una expresión genérica del algoritmo se introduce el paso señalado. Por lo tanto, se tiene que

$$L^{(2)} = M^{-1}L^{(1)}S^{(1)} \qquad [21]$$

Aplicando el modelo de precios (de modo específico) se exterioriza el calibrado por columnas. O sea, se obtiene que

$$i^T = [w(1)]^T L^{(2)} \qquad [22]$$

Obsérvese que una vez efectuados los anteriores pasos, la aproximación alcanzada para la inversa de Leontief es la siguiente:

$$L^{(2)} = R^{(1)}M^{-1}(I - A(0))^{-1}N^{-1}S^{(1)} \qquad [23]$$

Las siguientes etapas iterativas ya son extremadamente simples. En efecto, desde la óptica de demanda, solamente proceden correcciones por filas, basándose en las estimaciones de la producción. Y desde la óptica de precios (suma de coeficientes de los inputs), se realizan correcciones por columnas basándose en las estimaciones de los precios, que deben de ser cercanas a la unidad, si bien distintas. En esta exposición, únicamente se muestra la segunda fase porque las posteriores tienen un planteamiento similar.

Por lo tanto, si se recurre al modelo de demanda se logra una estimación de la producción, $x^{(1)}$ que no coincide con el vector real de producción. Analíticamente se tiene que:

$$x(1) \neq x^{(1)} = L^{(2)}y(1) \qquad [24]$$

Lo que da pie a construir $R^{(2)}$ de acuerdo con el criterio explicado en [4]. Esta matriz se utilizará para rectificar $L^{(2)}$ por filas. Por eso, surge una nueva estimación dada por $L^{(3)}=R^{(2)}L^{(2)}$.

Ahora, al acudir al modelo de precios se obtiene que:

$$[p(1)]^T = i^T \neq [p^{(2)}]^T = [w(1)]^T L^{(3)} \qquad [25]$$

Con lo cual, se construye $S^{(2)}$ según la expresión genérica expresada en [11]. Entonces proviene otra corrección: $L^{(4)}=L^{(3)}S^{(2)}=R^{(2)}L^{(2)}S^{(2)}$. Por lo tanto, en función de [23] se tiene que

$$L^{(4)} = R^{(2)}R^{(1)}M^{-1}(I - A(0))^{-1}N^{-1}S^{(1)}S^{(2)} \qquad [26]$$

Así continuaría el proceso y a partir de un *m* determinado (se admite que *m* es un número par) se verifica que

$$x(1) \cong L^{(m-1)}y(1) \qquad [27]$$

y también se cumple que

$$[p(1)]^T \cong [w(1)]^T L^{(m)} \qquad [28]$$

En definitiva, la solución final, $(I\text{-}A^*)^{-1}$, se corresponde con un producto matricial en donde surgen sucesivas correcciones por filas y columnas, y ésta se puede expresar del siguiente modo:

$$(I - A^*)^{-1} = R^{(\frac{m}{2})} \ldots R^{(2)}R^{(1)}M^{-1}(I - A(0))^{-1}N^{-1}S^{(1)}S^{(2)} \ldots S^{(\frac{m}{2})} \qquad [29]$$

se supone que se han desarrollado $m + 2$ rectificaciones para alcanzar una solución satisfactoria, de las cuales dos de ellas se corresponden con los ajustes motivados por los vectores de demanda final y coeficientes de inputs primarios.

La exposición descripta de este algoritmo puede extrapolarse al formato interno, aunque se entiende que no es preciso especificarla ahora. La dinámica iterativa es análoga, solamente cambian las variables independientes en los modelos de demanda y precios, y evidentemente la matriz base.

Por último, explicar que la actualización presentada posee un significado económico. De tal forma que la rectificación global por filas revela un efecto sustitución y la rectificación global por columnas responde a un efecto fabricación[5]. La inversión de una matriz altera su perspectiva inicial, por lo que existe un intercambio funcional entre filas y columnas, que ya quedó plasmado en la construcción del algoritmo y que también se exterioriza en esta interpretación económica.

3. Algunos resultados prácticos

Con la meta de intentar probar la eficacia de la extensión del RAS anteriormente abordada, en este apartado se efectúan comparaciones entre una determinada inversa de Leontief real y actualizaciones de ésta, logradas precisamente a través de los dos recorridos alternativos, uno es el obtenido de forma indirecta –incidiendo antes sobre la matriz de coeficientes técnicos– y otro el conseguido de forma directa. Así, se recurre a un caso real, el proporcionado por las TIO interiores de España para dos años en donde se elaboraron los correspondientes marcos input-output *survey*. En concreto, los años escogidos son el 2000 y el 2005, con la ventaja de que para estos años se trabajó con el mismo criterio de desagregación sectorial, consúltese INE (2010).

Cierto es que se trata de un período (relativamente) amplio para formalizar actualizaciones porque las tasas de variación de las distintas magnitudes, empleadas como coeficientes correctores, son bastante elevadas en determinados casos. Esta circunstancia provoca por lo menos de forma parcial distorsiones en los resultados, que en última instancia condicionarían la solución final. En este sentido, se apunta que es posible alterar conveniente los coeficientes correctores de algunas fases iterativas, al menos los que aparecen en las primeras rectificaciones, sin que se resienta el método presentado. De hecho, lo importante es lograr inversas de Leontief congruentes y además la información disponible debe ser usada de una forma eficiente.

El empleo de una función sigmoidal para efectuar suavizados sobre las tasas puede ser recomendable en aquellos escenarios en donde las tasas disten mucho de 1, o incluso sean negativas. A medida que avanza la iteración desaparece este problema porque los sucesivos coeficientes de rectificación tienden al valor 1, a estos efectos recuérdese que el método RAS aporta soluciones convergentes.

[5] La interpretación económica del RAS (sobre la matriz de coeficientes) puede consultarse en Pulido y Fontela (1993).

Por lo tanto, se cree oportuno realizar una adaptación de la función tangente hiperbólica, que se corresponde gráficamente con una curva con la forma de una "*S*" inclinada. Este tipo de funciones es empleado habitualmente en estudios de redes neuronales (artificiales), aunque en un contexto en donde los datos que se manejan toman valores distintos, entre otros, véase Alippi y Storti-Gajani (1991), Zhang *et al.* (1996), Basterretxea *et al.* (2004) o Leboeuf *et al.* (2008).

A modo de ejemplo, en relación el cambio dado en la producción para un producto, que se expresa mediante una tasa de variación, t_i, es fácil observar como la función ($\tanh(t_i$-1)+1) posee una cualidad específica, porque transforma del valor de la tasa en un coeficiente corrector factible. En general, cuando las tasas se aproximan a 1 los coeficientes correctores toman valores prácticamente idénticos, pero cuando las tasas distan bastante de 1 la rectificación asociada se altera marcadamente. Incluso, se puede modificar convenientemente dicha función introduciendo un parámetro concreto:

$$(\beta * \tanh(t_i - 1) + 1) \qquad [30]$$

en donde β toma un valor comprendido entre 0 y 1, aunque en principio más próximo a 0 para que surta efecto esta última transformación.

Lo ideal, para realizar contrastes de resultados, sería disponer de TIO *survey* para años consecutivos; sin embargo, se sabe que la periodicidad con que son elaboradas las mismas perjudica dicha opción. En este tipo de tareas, se trata de evitar rotundamente el uso métodos *non-survey* en la elaboración de TIO porque deformarían los resultados, incluso si se intuye que se está en la frontera de ese "hipotético umbral" para aplicar técnicas de ajuste matricial.

En relación a la aplicación desarrollada, se estima la inversa de Leontief interior[6] de España para el año 2005 –a partir de la inversa interior del 2000– mediante los dos recorridos descriptos. Se entiende que también es recomendable estudiar los resultados del RAS básico para ver, a posteriori, que desviaciones se alcanzan en la inversa resultante por esta vía tradicional.

Existen distintas herramientas para afrontar este tipo de contrastes, pero en esta ocasión se emplea el siguiente estadístico[7]:

$$WAPE = 100 \times \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \left| \tilde{\alpha}_{ij}^{d} - \alpha_{ij}^{d} \right| / \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij}^{d} \qquad [31]$$

en donde α_{ij}^{d} es el elemento genérico de la inversa de Leontief (doméstica) *survey*, $\tilde{\alpha}_{ij}^{d}$ es el elemento genérico de la inversa de Leontief (doméstica) *non-survey* y *n* es el

6 Realmente es indiferente desarrollar la aplicación práctica en el formato de flujos totales o de flujos interiores. Si bien los modelos de flujos interiores poseen un gran potencial de análisis y evitan sobreestimaciones en estudios de impacto económico, y como es evidente la inversa de Leontief interior desempeña un papel fundamental. A estos efectos, consúltese Castañón y Pereira (2007).

7 Se conoce como WAPE, de acuerdo con la expresión anglosajona *Weighted Absolute Percentage Error*.

número de sectores, que para la ocasión la desagregación sectorial es a 73 sectores. Este estadístico expresa la desviación media absoluta como un porcentaje del valor medio de $\tilde{\alpha}_{ij}^{d}$ (Sawyer y Miller, 1983) y ha sido muy utilizado en este tipo de análisis.

Una vez efectuadas las dos actualizaciones matriciales[8] y por consiguiente una vez realizados los correspondientes contrastes, se tiene que si se aplica el RAS de forma directa sobre la inversa el WAPE alcanza el 9.37% y si se procede de la forma tradicional dicho porcentaje es del 8.35%. Por lo tanto, los resultados son muy parecidos. Es más, si se introducen suavizados en los tres primeros pasos de acuerdo con la fórmula explicada en [30], para un valor del parámetro b igual a 0.3, y si después se llevan a cabo los restantes pasos de forma automática, el porcentaje en cuestión también es del 9.37%; es decir, aunque las primeras estimaciones impiden las mayores incoherencias que aflorarían en las primeras estimaciones de la inversa, lo cierto es que la solución final no reduce el error.

Con la firme idea de aportar un mayor rigor a los anteriores datos, es de recibo señalar que si se calcula el porcentaje de las distancias absolutas ponderadas –un indicador similar al WAPE pero que cuantifica distancias entre las inversas reales 2000 y 2005– se ve que es del 11.11%. En definitiva, cualquiera de las actualizaciones realizadas reduce el error, frente al hipotético uso de la inversa del año base, y los modelos de demanda y precios están calibrados.

4. Conclusiones

El RAS aplicado directamente sobre la inversa de Leontief es otra alternativa metodológica susceptible de uso por parte de los investigadores y usuarios de TIO, dado que aporta resultados congruentes. De hecho, cuántas veces la formalización de actualizaciones matriciales es un trámite previo a la ejecución de las múltiples simulaciones desarrolladas en el entorno input-output. La adaptación del RAS presentada posee similitudes con su formulación tradicional, lo que no debe resultar extraño dado que se necesita la misma información en los dos casos. La diferencia más significativa reside en que es preciso apoyarse en los modelos de demanda y precios de forma simultánea. Asimismo, hay que asegurarse los equilibrios contables y, para ello, es necesario atender a las restricciones marcadas por los vectores de producción y precios, que en esta ocasión desempeñan la función de márgenes.

A pesar de que el RAS básico tiene una limitación considerable en cuanto a la información necesaria para su aplicación, se considera que los avances metodológicos que se consigan en relación al mismo tienen su relevancia, porque es muy probable que se puedan extrapolar a otros métodos de actualización. El reparto biproporcional (rectificaciones por filas y columnas) es el fundamento del RAS y éste surge en muchas

8 En las aplicaciones computacionales, se introduce un mecanismo de carácter condicional para evitar que los elementos de la diagonal principal de la inversa sean inferiores a 1. Tan solo se han excluido los primeros ajustes que garantizan el calibrado del modelo de precios, que ha sido descripto en [22].

técnicas, aunque a veces de forma diferente y, por lo general, más complicada; véase, por ejemplo, la construcción del método Euro o del Path-RAS.

La inversa de Leontief posee unas características determinadas y éstas, a poder ser, deben atenderse debidamente. Por eso el uso de los datos, sin ningún tipo de tratamiento específico, contribuye a estimaciones improcedentes para algunas celdas, tal como sucede con elementos pertenecientes a la diagonal principal, que acostumbran a tomar valores inferiores a la unidad. Estas contingencias deben, y pueden, evadirse incluso paso a paso. Además, en general los métodos de actualización serían cuestionables cuando las tasas de variación de las magnitudes de referencia distan bastante de 1. Esta circunstancia implica que surjan distorsiones en los resultados con mucha facilidad. En este sentido, se apunta que es posible alterar conveniente tasas de variación de algunas fases iterativas a través de suavizados; o sea, se trataría de transformar los datos disponibles en coeficientes correctores de carácter plausible. Así, se manifiesta que para tal fin el empleo de una función sigmoidal es adecuado, por lo menos en los primeros pasos de la iteración. Después, a medida que se avanza en el proceso estimativo el problema tiende a desaparecer porque las “tasas ficticias” de las distintas estimaciones se acercan a 1, dado que las soluciones son convergentes.

Como cabe esperar, la actualización mostrada tiene su significado económico, de modo que la rectificación (global) por filas responde a un efecto sustitución y la rectificación (global) por columnas responde a un efecto fabricación. El cálculo de inversas de matrices altera la lectura por filas y columnas de las TIO y así se debe interpretar.

REFERENCIAS

ALIPPI, C. Y STORTI-GAJANI, G. (1991): «Simple approximation of sigmoid functions: realistic design of digital VLSI neural networks», *Proceedings IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, pp. 1505-1508.

ALLEN, R. Y LECOMBER, J. (1975): «Some test on a generalized version of RAS», en Allen, R.; Gossling, W. [eds.]: *Estimating and projecting input-output coefficients*, Input-Output Publishing Company, London, pp. 43-54.

BACHARACH, M. (1970): *Biproportional matrices and input-output change*. Cambridge University Press, Cambridge.

BASTERRETXEA, K.; TARELA, J.M. Y DEL CAMPO, I. (2004): «Approximation of sigmoid function and the derivative for hardware implementation of artificial neurons», *IEE Proceedings - Circuits, Devices and Systems*, 151(1), pp. 18-24.

BEUTEL, J. (2002): «The economic impact of objective 1 interventions for the period 2000-2006». Report to the Directorate General for Regional Policy, Konstanz.

CASTAÑÓN, L. Y PEREIRA, X. (2007): «Measuring the impact of tourism on production by means of an input–output model of interior flows: an application to Galicia», en Matias, A.; Nijkamp, P. y Neto, P. [eds.]: *Advances in modern tourism research, economic perspectives.* Physica-Verlag, Heidelberg.

EUROSTAT (2008): *Updating and projection input-output tables*. Office for Official Publications of the European Communities, Luxemburg.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTADÍSTICA (2010): «Marco input-output». *INE*, Madrid. [7 de agosto de 2013], <http://www.ine.es/>.

JACKSON, R. Y MURRAY, A. (2004): «Alternative input-output matrix updating formulations», *Economic System Research*, 16 (2), pp. 135-148.

JALILI, A.R. (2000): «Comparison of two methods of identifying input-output coefficients for exogenous estimation», *Economic Systems Research*, 12, pp. 113-129.

LAHR, M.L. Y MESNARD, L. DE (2004): «Biproportional techniques input-output analysis: table updating and structural analysis», *Economic Systems Research*, 16 (2), pp. 115-134.

LEBOEUF, K.; NAMIN, A.H.; MUSCEDERE, R.; HUAPENG W. Y AHMADI, M. (2008): «High speed VLSI implementation of the hyperbolic tangent sigmoid function», *Third International Conference on Convergence and Hybrid Information Technology,* 1, pp. 1070-1073.

MUN-HENG, T. (1998): «Projecting the Leontief inverse directly by the RAS method», *12th International Conference on Input-Output Techniques*, New York, 18-22 Mayo.

MORRISON, W.I. Y SMITH, P. (1974): «Nonsurvey input-output techniques at the small area level: an evaluation», *Journal of Regional Science*, 14, pp. 1-14.

PAVIA, J.M., CABRER, B. Y SALA, R. (2009): «Updating input-output matrices: assessing alternatives through simulation», *Journal of Statistical Computation and Simulation.* 79(2), pp. 1467-82.

PEREIRA, X., CARRASCAL, A. Y FERNÁNDEZ, M. (2013): «Advances in updating input-output tables: its relevance for the analysis of regional economies», *Revista Portuguesa de Estudos Regionais*, 33, pp. 3-12.

POLENSKE, K.R. (1997): Current uses of the RAS technique: a critical review, en Simonovits, A. y Steenge, A.E. [eds.]: *Prices growth and cycles*. Macmillan, London, pp. 58-88.

PULIDO, A. Y FONTELA, E. (1993): «Análisis input-output. Modelos, datos y aplicaciones». Ed. Pirámide, Madrid.

SAWYER, C. Y MILLER, R.E. (1983): «Experiments in regionalization of a national input-output table», *Environment and Planning A*, 15, pp. 1501-1520.

STONE, R. Y BROWN, A. (1962): «A computable model of economic growth». *Chapman and Hall*, London.

SZYRMER, J. (1989): Trade-off between error and information in the RAS procedure, en Miller, R.; Polenske, K.; Rose, A. [eds.]: *Frontiers of input-output analysis*, Oxford University Press, New York, pp. 258-278.

ZHANG, M.; VASSILIADIS, S. Y DELGADO-FRÍAS, J.G. (1996): «Sigmoid generators for neural computing using piecewise approximations», *IEEE Transactions on Computers*, 45(9), pp. 1045-1049.