

# Nueva propuesta de estudio comparativo de series temporales. Una aplicación del análisis factorial exploratorio de tablas múltiples

**M<sup>a</sup> Isabel Landaluce Calvo**

Economía Aplicada. Facultad de CCEE y Empresariales. Universidad de Burgos

---

## Resumen

En este trabajo se ponen de manifiesto las ventajas del uso del Análisis Factorial Múltiple como técnica exploratoria para el análisis comparativo de series temporales yuxtapuestas. Estas ventajas derivan de la filosofía de datos tridimensionales inherente a la metodología. Se parte de una tabla de datos que cruza observaciones temporales por indicadores relativos a diferentes contextos. La técnica propuesta proporciona numerosas herramientas gráficas y numéricas que permiten visualizar y cuantificar las diferencias y semejanzas que presentan las trayectorias temporales estudiadas. Todo ello se ilustra con una aplicación al análisis de la evolución del PIB de las cuatro primeras economías de la Eurozona (Alemania, Francia, Italia y España) en los últimos 10 años.

*Palabras clave:* series temporales, análisis factorial, tablas múltiples

*Clasificación AMS:* 62H25.

## New proposal of comparative study of time series. An application of exploratory factor analysis of multiple tables

---

### Abstract

In this paper we show the advantages of using Multiple Factor Analysis as exploratory technique for the comparative analysis of time series juxtaposed. These advantages derive from the philosophy of three-dimensional data analysis inherent in the methodology. It is part of a table of data that crosses temporal observations by indicators relating to different contexts. The technique proposal provides numerous graphical and numerical tools to visualize and quantify the differences and similarities that have the temporal trajectories. All this is illustrated with an application to the analysis of the evolution of the GDP of the first four Eurozone economies (Germany, France, Italy and Spain) in the last 10 years.

*Keywords:* time series, factorial analysis, multiple tables

*Clasificación AMS:* 62H25.

## 1. Introducción. Objetivos

Las ciencias, en general, y la economía, en particular, prestan considerable atención a los fenómenos que permiten observar variaciones a lo largo del tiempo, esto es, a las series temporales. Así, en la literatura especializada se pueden encontrar muy diversos métodos diseñados para el análisis de series temporales con fines explicativos y predictivos. El tratamiento directo de este tipo de información, dado su naturaleza dinámica, puede resultar de difícil interpretación. Si, además, el objetivo se amplía al estudio comparativo de estos fenómenos medidos en diferentes contextos (geográficos, por ejemplo) la complicación es aún mayor. Por ello, resulta conveniente proceder previamente a la descripción exhaustiva de todas las posibles relaciones subyacentes en este tipo de datos, habitualmente con gran riqueza de información.

La exploración es una etapa siempre necesaria en el campo del análisis de datos, ya que proporciona un profundo conocimiento de la realidad estudiada. En el caso concreto que nos ocupa, tener detallada la estructura temporal asociada a cada serie temporal, así como disponer de medidas de relación (semejanzas y diferencias) entre los diferentes conjuntos de datos, permitirá la aplicación de otras técnicas de análisis para posteriores objetivos con mayores garantías de éxito.

La propuesta desarrollada en este trabajo se focaliza en esta etapa de análisis descriptivo y comparativo de series temporales. Concretamente, en el uso de una técnica de análisis factorial exploratorio adaptada al tratamiento de datos susceptibles de ser estructurados en varios grupos de variables: Análisis Factorial Múltiple (AFM). La consideración de las tres dimensiones de los datos (fenómeno/s a analizar, observaciones temporales y diversos contextos) enriquece los objetivos de cualquier estudio.

El objetivo aquí perseguido es poner de manifiesto la versatilidad de los planos factoriales del AFM como alternativa a los gráficos habituales de series temporales. El análisis propuesto no pretende ser un sustituto del análisis visual tradicional, que siempre será útil en las investigaciones económicas, sino una herramienta complementaria. El AFM, además de ofrecer al investigador herramientas visuales en las que se pueden proyectar de forma conjunta unidades temporales, variables y contextos en los que se miden las anteriores, proporciona medidas numéricas que ayudan a interpretar las semejanzas y las diferencias entre las trayectorias temporales estudiadas. No va a proporcionar una simple imagen de la evolución de la serie en el tiempo (para lo cual lo más idóneo sigue siendo el gráfico de la serie), sino una visión detallada y cuantificada de los acontecimientos más importantes ocurridos durante el periodo y para los contextos considerados, respecto a los fenómenos analizados.

La idoneidad de la propuesta de este artículo va a quedar justificada a través del análisis de la evolución del Producto Interior Bruto (PIB real, variación porcentual anual) en los últimos 10 años (2006-2015) y en las cuatro principales economías de la Eurozona: Alemania, Francia, Italia y España. Se trata de una aplicación con datos reales, de gran sencillez pero, a su vez, suficientemente ilustrativa del alcance de los objetivos propuestos. El PIB es el indicador macroeconómico más utilizado para medir la actividad económica de un país. El período elegido recoge hitos importantes en la

evolución económica (final de una larga etapa de crecimiento, depresión y recuperación incipiente). El contexto territorial se ha circunscrito a los países que, junto al nuestro, tienen cierto protagonismo en el panorama económico de la Eurozona.

El artículo se estructura como sigue. Después de esta introducción, en el apartado segundo se describe brevemente la metodología propuesta, introduciendo la terminología y los instrumentos gráficos y numéricos propios de la misma. A continuación, en el tercer apartado, se presentan e interpretan los resultados más destacados de la aplicación empírica, que sirven de ilustración sobre la adecuación de la técnica para los objetivos perseguidos. En el apartado cuarto se discuten algunos resultados y se exponen las principales conclusiones, dejando abiertas otras líneas de investigación futuras. Por último, se aportan las referencias bibliográficas utilizadas.

## **2. Estudio comparativo de series temporales. Metodología propuesta: AFM**

El Análisis Factorial Múltiple (AFM) es una metodología exploratoria con una gran versatilidad en el tratamiento de información de tres dimensiones (tablas de datos en las que un mismo conjunto de observaciones se describe a través de varios grupos de variables). Son numerosos los trabajos que así lo reflejan, tanto desde el enfoque del desarrollo teórico como desde el enfoque de la potencialidad empírica en diversos campos científicos. Algunos de estos artículos aparecen referenciados en Landaluce et al. (2013). Todos ellos ponen de manifiesto que el AFM con el tiempo y uso ha pasado de ser una técnica de análisis de tablas múltiples a constituir una filosofía de análisis comparativo, tanto gráfico como a través de medidas numéricas, de diferentes conjuntos de datos, sea cual sea su naturaleza y su estructura. Este trabajo se enmarca en el contexto de aplicaciones del AFM.

El AFM ya ha sido utilizado con éxito en el estudio de tablas múltiples en las que el tiempo define una de las tres dimensiones consideradas, Dazy et al. (1996), García Lautre et al. (2003) y Abascal et al. (2004, 2006). Sin embargo, en todos estos trabajos el tiempo es el criterio de estructuración de los grupos, esto es, cada una de las tablas está asociada a una unidad temporal distinta. Por tanto, no se exploran propiamente series temporales en ninguna de las investigaciones referenciadas. En este trabajo, el tiempo constituye la dimensión correspondiente a las observaciones (filas) en todas las tablas consideradas. En este aspecto es en el que se focaliza la principal aportación de esta investigación: la construcción y análisis de una tabla múltiple yuxtaponiendo distintas series temporales.

El objetivo nuclear de este artículo es presentar la riqueza interpretativa del AFM como novedosa y complementaria alternativa en este contexto de análisis exploratorio de datos dinámicos. Por ello, en esta sección se va a realizar una presentación de la técnica a través de unas breves pinceladas, incidiendo en la terminología propia del análisis de tablas múltiples y en una selección de instrumentos gráficos y numéricos que ayudan a alcanzar los objetivos planteados. El desarrollo detallado de sus principios metodológicos pueden encontrarse, entre otros trabajos, en Escofier et Pagès (1986, 1992, 1994) y Landaluce (1995).

En términos generales, la metodología AFM se puede resumir en los siguientes puntos:

1. Permite el tratamiento simultáneo, como activas, de varias tablas de datos referidas al mismo conjunto de observaciones, pudiendo tener diferente número de variables y de distinta naturaleza (cualitativa o cuantitativa), aunque en el seno de cada una de ellas las variables deben ser de la misma naturaleza. Para las variables continuas el AFM se comporta como un Análisis de Componentes Principales, ACP, (ponderando las variables); para las variables nominales el AFM se comporta como un Análisis de Correspondencias Múltiple, ACM, (ponderando las modalidades).
2. El objetivo es abstraer los principales factores de variabilidad de las observaciones, estando estas últimas descritas, de manera equilibrada, por los diversos grupos de variables. Desde este punto de vista, el AFM proporciona los resultados clásicos de los análisis factoriales. Esto es, eje por eje, se obtienen las coordenadas, contribuciones y cosenos cuadrado de las observaciones, los coeficientes de correlación entre las variables continuas y los factores y, para cada modalidad de las variables nominales, la coordenada, y el valor test asociado, del centro de gravedad de las observaciones que presentan dicha modalidad. Respecto a los métodos factoriales clásicos, el AFM presenta una gran ventaja al ofrecer resultados típicos de la estructura en grupos del conjunto de variables.
3. A cada grupo de variables se asocia una nube de observaciones denominada *nube parcial*, que será analizada por separado, a través de un ACP, obteniendo los denominados factores parciales. Así mismo, se define una *nube global* que resulta de la unión de todas las nubes parciales (previamente ponderadas), de cuyo análisis se obtendrán unos factores denominados globales. Esta nube global tiene asociada una inercia que se denomina *inercia total*. En este método se descompone esta inercia total, de forma aditiva, en *inercia intra* e *inercia inter*.
4. Uno de los principales objetivos del AFM es examinar la existencia de estructuras comunes a todas, o a parte, de las nubes parciales, lo que se reflejaría en una inercia intra mínima o pequeña. O, lo que es lo mismo, dada la descomposición aditiva antes mencionada, en una inercia inter máxima o elevada. Para ello, proporciona una representación superpuesta de estas nubes parciales proyectándolas sobre los ejes del análisis global de todos los grupos, como elementos ilustrativos. Aquéllas observaciones cuyos puntos parciales (puntos que representan a cada observación desde los diferentes grupos) se sitúen próximos (inercia intra débil) ilustran la estructura común de las distintas tablas analizadas. Por el contrario, aquéllas observaciones con puntos parciales asociados alejados unos de otros (inercia intra alta), constituyen las excepciones a la estructura común.
5. El AFM puede ser interpretado como un análisis multicanónico, ya que tiene como uno de sus objetivos la búsqueda de los factores comunes a todos los grupos estudiados. En este sentido, los factores globales del AFM pueden ser considerados como las variables generales de un análisis multicanónico (variables relacionadas con el conjunto de los grupos de variables). Y los factores de las nubes parciales

pueden ser interpretados como las variables canónicas (combinación lineal de las variables de un grupo más relacionada con la variable general).

6. El AFM proporciona medidas globales de relación entre los grupos, basadas en el coeficiente de correlación vectorial entre matrices RV de Y. Escoufier (Robert & Escoufier, 1976). Este coeficiente se obtiene a partir de los coeficientes de correlación lineal entre dos variables cualesquiera. Su valor está comprendido entre 0 (no existe relación entre las variables de los dos grupos considerados) y 1 (las nubes que representan a los grupos son homotéticas).

Todos estos aspectos, a nivel práctico y de facilidad de interpretación, se concretan en tres etapas:

1. Etapa preliminar: análisis de cada tabla por separado.
2. Etapa de inter-estructura: análisis de la nube global, en el que cada grupo de variables es tratado como un ente y permite medir su relación.
3. Etapa de intra-estructura: análisis comparativo de las nubes parciales en un espacio de referencia común, obtenido en la etapa anterior.

Las evidencias sobre la idoneidad y versatilidad de esta metodología en el análisis exploratorio comparativo de varias series temporales se presentan, a partir de una aplicación empírica, en la siguiente sección. Previamente, hay que señalar que se ha decidido, de forma consciente, trabajar con el caso más sencillo en términos de dimensión en columnas de las tablas analizadas. Se ha considerado que la simplificación de los resultados obtenidos no resta un ápice la potencialidad de la técnica, quedando suficientemente ilustrada seleccionando una única serie por grupo. Concretamente, y como ya se ha mencionado en la introducción, se ha aplicado el AFM al estudio comparativo de la evolución del PIB de las cuatro principales economías de la Eurozona, en los últimos 10 años. Esto es, la matriz de datos, dado el enfoque de este trabajo, está estructurada en cuatro tablas de dimensión 10x1 cada una de ellas (tabla 1).

Los datos analizados se han consultado en el Boletín de Coyuntura de la Universidad de Burgos (serie completa, 2009-2015). El programa estadístico utilizado para la obtención de resultados ha sido Systéme Pour L'Analyse des Données (SPAD). Si algún investigador estuviera interesado en realizar un análisis similar al presentado en este trabajo, podría utilizar asimismo software libre, concretamente el paquete FactoMineR (Le et al., 2008), creado en el seno del Laboratoire de Mathématiques Appliquées, Agrocampus Ouest, Rennes, Francia (se puede consultar más información en <http://CRAN.R-project.org/package=FactoMineR>).

### 3. Estudio comparativo de series temporales. Un ejemplo de aplicación

En esta sección se detallan e interpretan los resultados obtenidos al aplicar la técnica del AFM a la información recogida en la tabla 1. El objetivo, como ya se ha indicado, es obtener gráficamente y numéricamente un estudio detallado de las similitudes y de las

diferencias que Alemania, Francia, Italia y España presentan en su evolución económica, a través del análisis de la serie temporal de sus PIB, en los últimos 10 años.

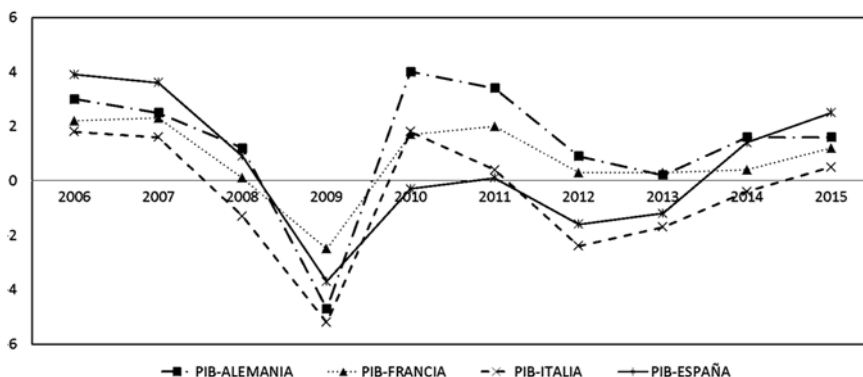
Tabla 1

**Matriz de datos: PIB (tasas de crecimiento anual)**

Años	PIB Alemania	PIB Francia	PIB Italia	PIB España
2006	3,0	2,2	1,8	3,9
2007	2,5	2,3	1,6	3,6
2008	1,2	0,1	-1,3	0,9
2009	-4,7	-2,5	-5,2	-3,7
2010	4,0	1,7	1,8	-0,3
2011	3,4	2,0	0,4	0,1
2012	0,9	0,3	-2,4	-1,6
2013	0,2	0,3	-1,7	-1,2
2014	1,6	0,4	-0,4	1,4
2015	1,6	1,2	0,5	2,5

Inicialmente realizaremos el estudio visual basado en el gráfico habitual de las series. Posteriormente, será completado con la nueva propuesta, como punto de vista complementario. El siguiente gráfico refleja la evolución económica de las 4 principales economías de la Eurozona:

Figura 1

**Evolución del PIB**

El análisis detallado de este gráfico permite alcanzar algunas conclusiones, desde un punto de vista general. Dado el carácter ilustrativo de esta aplicación no se va a profundizar en interpretaciones o valoraciones, que dejamos para los expertos en la materia. Así, entre otros, podemos destacar los siguientes comportamientos:

- Las trayectorias de evolución de las economías analizadas tienen gran paralelismo.

- Alemania y Francia sólo presentan tasas de crecimiento negativas en el año 2009.
- España e Italia son los países que siguen manteniendo tasas de crecimiento negativas después del 2009. Hasta el año 2013 la primera economía y hasta 2014 la segunda economía.
- España es el país con las mayores tasas de crecimiento en el inicio y el final del período analizado.
- Italia es el país con las menores tasas de crecimiento en estos mismos años.
- Francia, por su parte, tiene la menor tasa de crecimiento negativo en el año 2009, presentando, en general, una trayectoria económica media (respecto al conjunto de países analizados).
- Alemania es el país con una mayor tasa de recuperación económica a partir del año 2009, sólo superada por España en el último año.
- ...

A continuación se presenta el estudio de estos mismos datos desde una nueva óptica: análisis factorial exploratorio de las cuatro series yuxtapuestas, esto es, estructuradas como tabla múltiple. Hay que adelantar que, al ser grupos de una sola variable, el AFM proporciona ciertos resultados equivalentes a los obtenidos aplicando un ACP, Landaluce (1995). Sin embargo, el AFM ofrece una visión más detallada y, por ello, más completa de la estructura de los datos, desde un punto de vista tanto global como parcial. Este motivo nos lleva a exponer los resultados propios de la técnica propuesta.

Los planos factoriales y las distintas medidas numéricas van a permitir corroborar, matizar, cuantificar e incluso ampliar las conclusiones señaladas en base a las trayectorias de la figura 1. Entre otros resultados, destacamos la medición de las diferencias y semejanzas entre las trayectorias económicas de los cuatro países. En concreto, va a quedar constancia de qué países son los que presentan comportamientos con mayores similitudes, los que se separan en mayor medida de la trayectoria media, en qué año/s la diferente evolución es más notable, etc.

Esto es posible al permitir el AFM un análisis de la tabla de datos desde dos ópticas, una global, en la que se analiza la tabla como única (inter-estructura) y otra parcial (intra-estructura) en el que cada año del periodo se proyecta desde cada uno de los puntos de vista (países) analizados.

En la sección anterior se señalaba que el AFM comienza con una etapa preliminar en la que se analiza cada grupo por separado. En este caso esta etapa carece de sentido al tratarse de grupos de una sola dimensión (variable).

Los primeros resultados que merecen ser destacados son aquellos que miden y reflejan un comportamiento global de los cuatro países:

- Matrices de correlaciones entre factores parciales de cada grupo (tabla 2) y coeficientes RV (tabla 3): ambas permiten concluir que los destacables valores correspondientes a los tres primeros países (Alemania, Francia e Italia) ponen de relieve evoluciones similares en su actividad económica. España, con las menores correlaciones, presenta un comportamiento con ciertas peculiaridades que habrá que explicitar. Asimismo, los países con menores similitudes en sus trayectorias económicas (con los valores más bajos en ambas matrices) son España y Alemania.

Tabla 2

**Matriz de correlaciones entre factores parciales**

	<i>PIB</i> <i>Alemania</i>	<i>PIB</i> <i>Francia</i>	<i>PIB</i> <i>Italia</i>	<i>PIB</i> <i>España</i>
PIB - Alemania	1,00			
PIB - Francia	0,94	1,00		
PIB - Italia	0,93	0,95	1,00	
PIB - España	0,67	0,78	0,82	1,00

Tabla 3

**Coefficientes RV de relación entre los grupos**

	<i>PIB</i> <i>Alemania</i>	<i>PIB</i> <i>Francia</i>	<i>PIB</i> <i>Italia</i>	<i>PIB</i> <i>España</i>	<i>AFM</i>
PIB - Alemania	1,000				
PIB - Francia	0,886	1,000			
PIB - Italia	0,856	0,909	1,000		
PIB - España	0,446	0,602	0,681	1,000	
AFM	0,893	0,951	0,965	0,764	1,000

- Histograma de los valores propios del análisis de la tabla global (yuxtaposición de las 4 series) y razón entre la inercia inter y la inercia total (tablas 4 y 5, respectivamente): ambas medidas reflejan la existencia de un primer eje factorial preponderante que refleja casi un 90% de la información inicial. El resto de los ejes recogen claramente, y como no podía ser de otra manera, inercia residual (consecuencia, sobre todo en lo que respecta al segundo, de las peculiaridades en la evolución económica de España). Los ejes tercero y cuarto, dado el carácter ilustrativo de esta aplicación, van a ser obviados para el resto de las medidas, tanto numéricas como gráficas. En el caso de que resultaran relevantes más de dos factores se procedería a su interpretación, siguiendo las pautas señaladas en este trabajo. Los planos factoriales de interés aumentarían, y se construirían, cada uno, a partir de los distintos pares de ejes considerados (combinados a criterio del investigador y siempre en función de la riqueza interpretativa).



Tabla 4

**Valores propios del análisis global**

	<i>Valor propio</i>	<i>Porcentaje de inercia</i>
1	3,553	88,83
2	0,361	9,030
3	0,045	1,120
4	0,041	1,020

Tabla 5

**Razón inercia inter/inercia total en los dos primeros factores**

<i>Factor 1</i>	<i>Factor 2</i>
0,89	0,09

- Las contribuciones de los cuatro grupos a la formación de los dos primeros ejes factoriales (tabla 6) corroboran lo señalado en el párrafo anterior. Alemania, Francia e Italia contribuyen de manera equilibrada en el caso del primer factor. Por su parte, España, aunque en menor medida, también participa. El primer eje refleja una realidad que corresponde a los cuatro países. Destaca la contribución de España a la formación del segundo eje, que va a reflejar su/s peculiaridades.

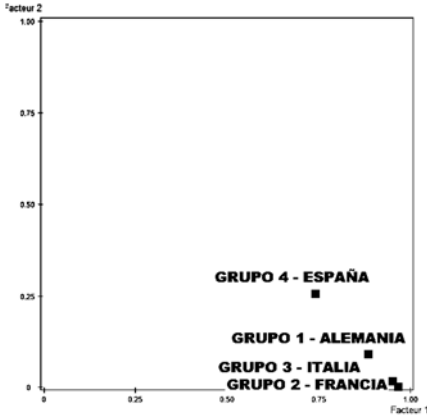
Tabla 6

**Contribuciones de los grupos a los dos primeros factores globales**

	<i>Factor 1</i>	<i>Factor 2</i>
PIB - Alemania	25,0	25,1
PIB - Francia	26,8	4,3
PIB - Italia	27,3	0,3
PIB - España	20,9	70,4

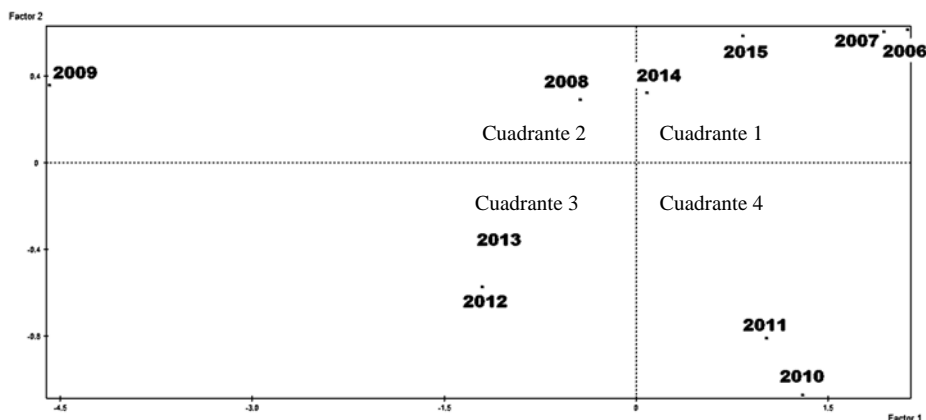
- Plano principal de los grupos de variables (figura 2): esta herramienta visual del AFM, en el que se proyecta cada grupo de variables como un punto, es de gran utilidad, ya que resume en un gráfico los resultados numéricos interpretados hasta ahora. A partir de él, a través de las mayores o menores distancias, se puede concluir rápidamente los grupos con mayores similitudes (Francia, Italia y, algo más separado, Alemania) y el grupo con ciertas diferencias en su comportamiento (España).

Figura 2

**Plano Principal de los grupos**

- Plano principal de las variables, PIB de los cuatro países: respecto a este plano comentar que al mantener grandes similitudes con el plano de la figura 2, no se ha considerado necesaria su inclusión en el trabajo. La proyección de los cuatro indicadores en la parte derecha del gráfico refleja la existencia de un claro factor talla, Escofier et al. (1992), Esto es, en las series temporales analizadas los años se estructuran principalmente en dos clases. Por un lado, los años que se situarán en los cuadrantes 1 y 4, ya que los PIB de todos los países superan al comportamiento medio. Y, por otro lado, los años que se situarán en los cuadrantes 2 y 3, en los que los PIB alcanzan valores inferiores a la media. La proyección del PIB de España en el centro del segundo cuadrante, a cierta distancia del resto, es reflejo de su contribución a la formación del eje factorial 2 que recoge, como ya se ha dicho anteriormente, su particularidad.
- Plano principal de las observaciones medias (figura 3): la proyección de las unidades temporales a lo largo del eje horizontal (de derecha a izquierda) permite poner de relieve, en términos generales, los años de mayor crecimiento económico, 2006 y 2007; los años en los que el PIB refleja un cierto crecimiento después de una época de recesión, 2010, 2011 y 2015; los años con un comportamiento medio en el período considerado, 2008 y 2014; los años en los que el comportamiento económico es peor, 2012 y 2013 y el año de la gran depresión económica, 2009.

Figura 3

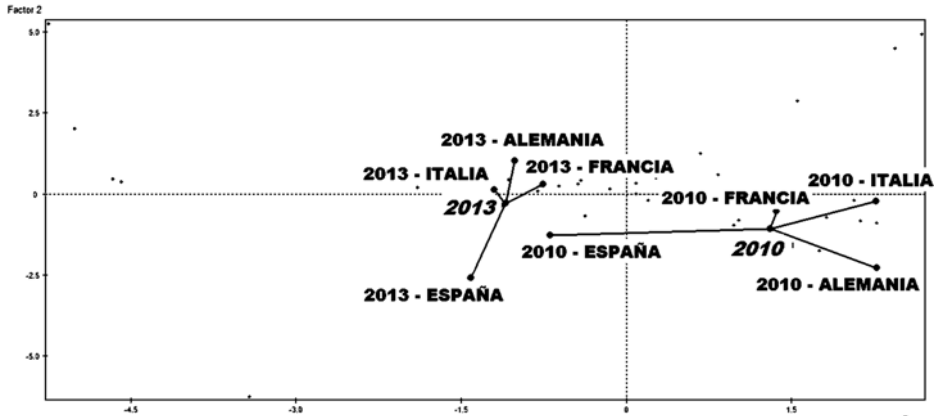
**Plano Principal de las observaciones (años) medias**

Estas medidas analizadas hasta el momento, como ya se ha manifestado al inicio de esta sección, corresponden al análisis global. El AFM también permite el análisis matizado del comportamiento de cada una de las series, aflorando las diferencias entre las mismas. Esto es posible gracias a las denominadas medidas parciales, tanto gráficas como numéricas y que se presentan a continuación:

- Plano principal de los puntos parciales (figura 4) en el espacio de referencia común, obtenido a partir del análisis de la tabla global: se proyecta cada observación temporal a través de cinco puntos. Uno corresponde al comportamiento medio (en el conjunto de los 4 países analizados, punto de vista global ya analizado en la figura 3) y el resto son los denominados puntos parciales, asociados a cada uno de estos territorios por separado. La interpretación de este plano debe siempre ir acompañada de los coeficientes numéricos recogidos en las tablas de inercia intra (tablas 7 y 8). Para una mejor comprensión se van a proyectar en el plano las observaciones con mayor y menor inercia intra, respectivamente. Por un lado, se analizará el año en el que el comportamiento del PIB de los cuatro países estudiados mantiene las mayores diferencias: 2010. Además, se puede observar que el país que refleja el comportamiento con mayores peculiaridades (el que se proyecta a mayor distancia del resto) es España. Por otro lado, 2013 es el año en el que la inercia intra es menor, los 4 puntos se sitúan en el plano próximos entre sí, y al punto medio, como consecuencia de las mayores similitudes en los valores del PIB de las cuatro economías analizadas. Puede comprobarse que vuelve a ser el punto asociado al PIB de España el que mantiene la mayor distancia.

Figura 4

**Plano Principal de los puntos medios y puntos parciales con mayor y menor inercia intra**



Estas distancias gráficas que se observan en este plano tienen su cuantificación en la tabla 8, en la que se reflejan los puntos parciales con mayores inercias intra, confirmando que es el PIB español el que más contribuye a esa dispersión. Así, en 2010, se puede comprobar como el resto de países experimentó una cierta recuperación (los puntos parciales se proyectan en la parte positiva del eje), mientras que el punto correspondiente a nuestro país se proyecta en la parte negativa, como consecuencia de un PIB aún negativo ese año.

Tabla 7

**Observaciones (años) con mayores y menores inercia intra en el primer factor**

<i>Observaciones</i>	<i>Inercia intra</i>
2010	32,71
2011	17,51
2009	11,06
...	...
2006	4,72
2014	4,69
2013	1,30

Tabla 8

**Observaciones (años) parciales con mayores inercia intra en el primer factor**

<i>Observaciones</i>	<i>Grupo-país</i>	<i>Inercia intra</i>
2010	4-España	22,25
2011	4-España	10,82
2009	4-España	7,57

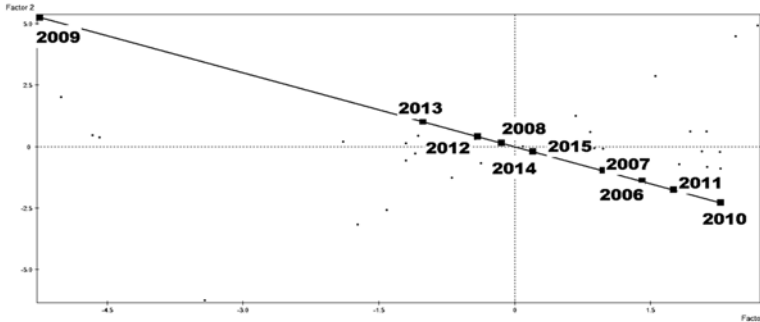
- Trayectorias económicas individuales (figura 5) como alternativa al gráfico habitual, Otro enfoque de análisis detallado de la evolución del PIB correspondiente a los cuatro países estudiados es posible gracias a la proyección de todos los puntos parciales, En este caso, el plano principal del AFM en el que aparecen proyectados los años considerados para cada uno de los territorios, Para ilustrar la utilidad de esta nueva perspectiva gráfica del análisis comparativo de series temporales, se presentan las proyecciones correspondientes a cada país por separado, Se puede comprobar cómo, de forma rápida, se visualizan claramente los países con mayores similitudes (igual signo de pendiente, parecidos ángulos de separación de sus trayectorias respecto al eje horizontal); en este caso Alemania, Francia e Italia, También se visualiza el comportamiento peculiar de España, con diferente signo de pendiente,

Para su correcta interpretación, desde un punto de vista más detallado, hay que recordar que el eje horizontal refleja un efecto talla: en la derecha del gráfico se proyectarán los años en los que el crecimiento del PIB toma valores por encima de la media y en la parte izquierda los años en los que el crecimiento del PIB alcanza los menores valores, Así, para cada país, se tiene una ordenación de los años, según el valor alcanzado por el crecimiento del PIB, reflejándose los períodos en los que la evolución económica ha sido más favorable y los períodos de recesión, Así, por ejemplo, en el caso español se comprueba, por un lado, como en los años 2014 y 2015 el PIB va recuperándose y avanzando hacia valores similares a los obtenidos en los períodos previos a la crisis económica (2006 y 2007), Por otro lado, se observa como en los años 2012 y 2013 el PIB retrocedió respecto a los valores obtenidos en años anteriores en los que parecía que se había iniciado la senda del crecimiento (2010, 2011), El año 2009 aparece reflejado claramente como el año de la gran recesión (común a los 4 países estudiados),

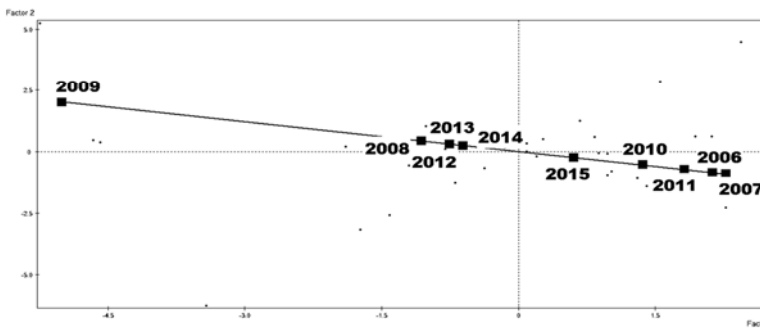
El hecho de que las trayectorias que refleja esta representación sean rectas está estrechamente relacionado con la filosofía del enfoque utilizado: análisis factorial exploratorio de una tabla múltiple integrada por grupos unidimensionales, Este resultado corresponde a los principios teóricos de la técnica AFM, Si algún lector está interesado en profundizar en ellos puede consultar entre otros trabajos Escofier et al, (1992, 1994) y Landaluce (1995),

Figura 5

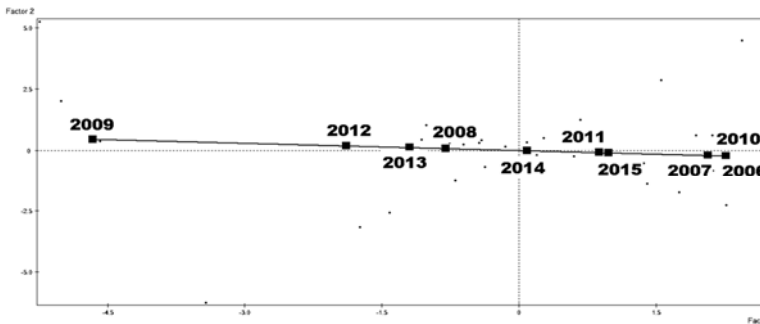
**Plano Principal de las observaciones parciales: trayectorias individuales de cada uno de los países**



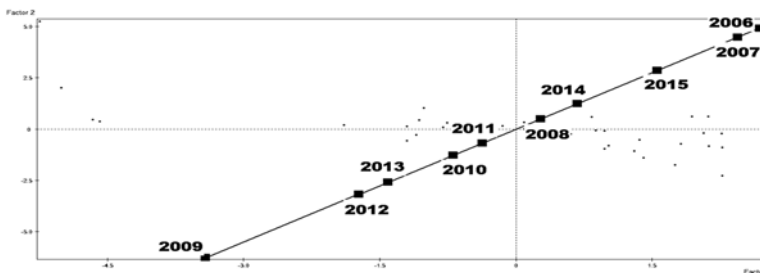
Alemania



Francia



Italia



España

La reducida dimensión de la tabla múltiple analizada (tabla 1) permite comprobar todos estos resultados alcanzados, una vez analizadas e interpretadas las herramientas que proporciona el AFM, Asimismo, pueden confirmarse en el gráfico habitual de series temporales (figura 1), Como ya se ha comentado, aquí se ha propuesto y presentado otro punto de vista de análisis comparativo de varias trayectorias dinámicas, No obstante, hay que destacar que el AFM ofrece una visión más completa al permitir cuantificar, matizar y, por tanto, ampliar las conclusiones alcanzadas con el enfoque tradicional, Además, al disponer de instrumentos que cuantifican las conclusiones, éstas no se basan en opiniones con cierta carga de subjetividad,

#### 4, Conclusiones y otras líneas de investigación

En este trabajo se ha puesto de manifiesto la versatilidad del análisis factorial de tablas múltiples para explorar, en términos comparativos, varias series temporales yuxtapuestas, Concretamente, ha quedado patente la idoneidad del Análisis Factorial Múltiple, como técnica alternativa y complementaria del habitual gráfico usado para la descripción de las trayectorias, Se pueden destacar las siguientes ventajas:

- Proporciona planos factoriales en los que aparecen reflejadas desde una óptica distinta las series temporales, Por una parte, desde un punto de vista global, y en base al enfoque de grupos, permite ver en un solo gráfico todas las series temporales representadas a través de un solo punto cada una, Este gráfico ofrece una imagen simplificada de las series con mayores similitudes, las series peculiares, etc. Por otra parte, permite proyectar en un solo gráfico las series completas, obteniendo una imagen global de las unidades temporales en las que se producen tanto las semejanzas como las diferencias,
- En la interpretación de estos gráficos no existe el riesgo de caer en subjetividades, ya que a su vez proporciona una serie de indicadores numéricos que permiten cuantificar las similitudes y las divergencias entre las series comparadas, matizando en qué momentos de tiempo se producen y qué serie/s concreta/s es/son la/s responsable/s de estos comportamientos,

El estudio empírico que se ha utilizado como hilo conductor ha permitido dejar constancia, con resultados concretos, de estas ventajas, Las reducidas dimensiones de la tabla a analizar han sido una gran ventaja, ya que han permitido obtener representaciones gráficas y resultados numéricos de sencilla interpretación, El lector comprenderá que la potencialidad de esta técnica será más visible cuando las series temporales a comparar sean de mayor dimensión, En este trabajo, se ha priorizado en el carácter ilustrativo, sacrificando, en cierta medida, el potencial del método, en aras de un mejor entendimiento por parte de posibles usuarios desconocedores de las técnicas de análisis de tablas de tres dimensiones,

Las posibilidades de aplicación de esta propuesta de análisis comparativo de series temporales son diversas, entre las que destacamos:

- El estudio del componente estacional en series medidas en unidades temporales inferiores al año y su análisis comparativo,
- La posibilidad de aumentar el número de variables en cada uno de los grupos comparados, Por ejemplo, completar el ejemplo aquí presentado con mayor número de indicadores económicos en cada país (tasa de paro, tasa de exportaciones, ...), Los objetivos del estudio se ampliarían a la búsqueda de una estructura de comportamiento interno en cada uno de los grupos (relación entre los indicadores en el seno de cada país) y estudio de las similitudes y diferencias entre dichos comportamientos, El AFM proporcionaría una visión más completa de la evolución económica de cada país con trayectorias multidimensionales,
- La propuesta de este trabajo y las comentadas anteriormente se podrán aplicar a datos nominales, Como se ha dicho en la presentación de la metodología, el AFM permite el estudio de variables nominales (e incluso de datos mixtos, siempre que las variables que integran cada grupo sean de la misma naturaleza),
- Existen otras técnicas que permiten el análisis factorial de tablas estructuradas en grupos, con filosofía distinta, complementaria, a la del AFM, En este sentido, una posible aplicación podría ser comparar los resultados de varias de estas técnicas a partir del mismo conjunto de series temporales, comprobando las ventajas y los inconvenientes de cada una de ellas en estudios de naturaleza dinámica, Esta línea de trabajo sería similar a la seguida en el libro de Dazy el al, (1996), en el que los conjuntos de datos también son de carácter dinámico, pero el tiempo está asociado a la estructuración de las tablas (se comparan varias tablas, cada una de ellas referida a un momento de tiempo),
- Asimismo, la metodología propuesta proporciona herramientas gráficas, pero sobre todo numéricas, relacionadas con los puntos parciales, que ayudan a la detección de observaciones con un comportamiento peculiar, esto es, con ciertas diferencias frente al comportamiento medio, En caso de que las distancias de estas observaciones sea notable, podría tratarse de datos atípicos, Por lo que otra posible aplicación del AFM estaría enfocada a la búsqueda de outliers y la comparación de su potencialidad frente a otros métodos ya conocidos en la comunidad científica,

Estas conclusiones y las posibilidades de aplicación evidencian que el análisis simultáneo de series temporales yuxtapuestas a través del análisis factorial de tablas múltiples es un campo de investigación aplicada novedoso y con diversas posibilidades que merecen ser exploradas,

#### Referencias

- ABASCAL E, FERNÁNDEZ K, LANDALUCE M, I, Y MODROÑO J, (2001), «Diferentes aplicaciones de las técnicas factoriales de análisis de tablas múltiples en las investigaciones mediante encuestas», *Metodología de Encuestas*, Vol, 3, N° 2, pp, 251-280



- ABASCAL E, GARCÍA-LAUTRE I, Y LANDALUCE M,I, (2004), «Análisis de la evolución a través de encuestas, Trayectoria electoral de las comunidades autónomas españolas en el periodo 1977-2004», *Metodología de Encuestas*, Vol, 6, Nº 2, pp, 147-162
- ABASCAL, E, GARCÍA-LAUTRE, LANDALUCE, M, I, (2006) «Multiple factor analysis of mixed tables of metric and categorical data», *Multiple Correspondence Analysis and related Methods*, Edited by Jörg Blasius and Michael Greenacre, Chapman & Hall (TAYLOR & FRANCIS GROUP, Book Chapter 15, pp 351-367
- DAZY, F, Y LE BARZIC, J,F, (1996): «L'Analyse des Données Evolutives», Technip, Paris
- EQUIPO DE COYUNTURA DE LA UNIVERSIDAD DE BURGOS (2009-2015), «Boletín de Coyuntura Económica», Fundación Caja Rural Burgos
- ESCOFIER, B, & PAGES J, (1986), «Le traitement des variables qualitatives et tableaux mixtes par analyse factorielle multiple», *Data Analysis and Informatics*, IV(2), pp, 179-191
- ESCOFIER, B, & PAGÈS, J, (1992) «Análisis factoriales simples y múltiples, Objetivos, métodos e interpretación,» Servicio editorial de la Universidad de País Vasco
- ESCOFIER B, Y PAGÈS J, (1994): «Multiple factor analysis (AFMULT package)», *Computational Statistics & Data Analysis* 18, pp,121-140, North-Holland,
- GARCÍA-LAUTRE, I, Y ABASCAL, E, (2003): «Una metodología para el estudio de la evolución de variables latentes, Análisis de las infraestructuras de carreteras de las comunidades autónomas (1975-2000)», *Estadística Española*, Vol, 45, Nº 153, pp, 193 a 210,
- LANDALUCE, M, I, (1995), «Estudio de la estructura de gasto medio de las Comunidades Autónomas españolas, Una aplicación del Análisis Factorial Multiple», Tesis doctoral, Universidad del País Vasco
- LANDALUCE, M, I, FERNÁNDEZ, K, MODROÑO, J, I, (1999), «Reflexiones sobre el Uso Comparativo del Análisis Factorial Multiple (AFM) y de la Metodología Statis para el Análisis de Tablas Múltiples», *Methodologica*, Vol, 7, pp, 37-65,
- LE, S, JOSSE, J, & HUSSON, F, (2008), FactoMineR: An R Package for Multivariate Analysis, *Journal of Statistical Software*, 25(1), pp, 1-18,
- ROBERT, P, & ESCOUFIER, Y, (1976), «A Unifying Tool for Linear Multivariate Statistical Methods: The RV-Coefficient», *Applied Statistics* 25 (3), pp, 257–265,
- SPAD v5,5 (2000), «Système Portable d'Analyse des Données Numeriques», CISIA, Montreuil, France,