

Boletín Trimestral de Coyuntura n. 67
Febrero 1998

Utilización del *bootstrap* para caracterizar las propiedades cíclicas de una serie temporal

Ana M^a Abad
Enrique M. Quilis

Instituto Nacional de Estadística

1. Introducción y planteamiento.

La detección de los puntos de giro en la señal cíclica de una serie temporal constituye una de las tareas fundamentales del análisis de la coyuntura. Su determinación correcta y puntual facilita extraordinariamente el diagnóstico y, si se han identificado relaciones dinámicas entre los ciclos de un conjunto de indicadores, es posible formular proyecciones condicionadas.

Desde un punto de vista estadístico, la naturaleza y la subsiguiente modelización de los puntos de giro es un tema bastante abierto. Gran parte de la investigación que se ha llevado a cabo sobre este tema en los últimos años ha estado basada en modelos no lineales: véase Hamilton (1989), Filardo (1994, 1996) y Ghysels (1994), entre otros.

Estos modelos permiten definir de una manera relativamente precisa los puntos de giro (como la fecha en que tiene lugar un cambio de régimen endógenamente determinado) y también posibilitan la caracterización de fenómenos específicos, tales como asimetrías entre las fases del ciclo, dependencia entre duración y amplitud, interacción entre estacionalidad y ciclo, etc.

A pesar de su atractivo teórico, su difusión entre las Oficinas de Coyuntura sigue siendo bastante limitada. Los factores determinantes de este fenómeno son, principalmente, la complejidad intrínseca de estos modelos, la ausencia de un soporte lógico comercial y, en consecuencia, la dificultad que reviste la programación de las rutinas de estimación necesarias. Asimismo, desde un punto de vista teórico, existen dos importantes reservas para la utilización de modelos no lineales. De una parte, desde el ángulo de la modelización estadística, no es evidente la necesidad de recurrir a esta clase de representaciones: la modelización lineal realizada con estructuras ARIMA-AI es satisfactoria en una gran cantidad de casos. De otra parte, desde el ángulo de la teoría económica, la representación más común del ciclo lo concibe como un proceso de impulso y propagación, esto es, una representación extrínseca del fenómeno de la misma clase que la incorporada en los modelos lineales de series temporales (Blanchard y Fischer, 1989, Gordon, 1993).

Como consecuencia natural de este estado de cosas, los métodos no paramétricos o empiricistas de identificación de los puntos de giro siguen siendo los más empleados en las citadas Oficinas de Coyuntura. Las principales ventajas de estos métodos radican en su sencillez, en su carácter poco exigente en cuanto a hipótesis sobre los datos y en que permiten establecer con rapidez hechos estilizados sobre los que edificar y calibrar modelos más sofisticados. Ejemplos de estos procedimientos se encuentran en Bry y Boschan (1971) y Abad y Quilis (1996a, 1996b), encontrándose una revisión panorámica en Boldin (1994).

Uno de los problemas asociados a dicha metodología es la imposibilidad de realizar inferencia acerca de las estimaciones realizadas. Así, resulta imposible establecer intervalos de confianza, describir la distribución de los estimadores en el muestreo o efectuar contrastes de hipótesis.

Una solución consiste en emplear el método de remuestreo *bootstrap* para obtener una distribución empírica, no condicionada *a priori*, del estimador en el muestreo y, a partir de la misma, desarrollar los ejercicios inferenciales correspondientes. Este

método ha alcanzado una amplia difusión en diversos campos del análisis estadístico aplicado por su versatilidad, sencillez y eficacia: véase Efron (1979, 1982), Diaconis y Efron (1983), Efron y Tibshirani, (1993).

El *bootstrap*, en su concepción original, no es directamente aplicable en un contexto de dependencia estadística como es el que habitualmente caracteriza a las series temporales. Por lo tanto, han surgido varias modificaciones del mismo con el objeto de adaptarlo a dicho contexto. Así, Freedman (1984) propone aplicarlo a los residuos de modelos lineales (p.e., ARIMA) y generar las observaciones *bootstrap* replicando el proceso de filtrado que ha dado lugar a dichos residuos.

Con el fin de evitar la etapa de modelización, frecuentemente complicada y discutible, y mantener el espíritu no paramétrico del método, Carlstein (1986) y Künsch (1989) proponen remuestrear bloques de observaciones de igual tamaño según un esquema de muestreo aleatorio simple con reposición. Dichos bloques pueden solaparse (Künsch) o no (Carlstein).

En este trabajo se utiliza el método de remuestreo *bootstrap* de bloques solapados propuesto por Künsch (1989) con el fin de examinar algunas propiedades del ciclo de una serie temporal, caracterizado a través de la identificación de sus puntos de giro mediante el procedimiento de Abad y Quilis (1996a, 1996b). De esta manera, será posible establecer intervalos de confianza para las estimaciones y describir de forma más precisa los rasgos principales del ciclo.

El trabajo está estructurado de la siguiente forma: en la segunda sección se expone la metodología estadística utilizada. La aplicación de la misma a una serie temporal mensual de la economía española es presentada en la tercera sección y, finalmente, las principales conclusiones y futuras extensiones se ofrecen en la cuarta.

2. Metodología estadística.

A continuación se expone sucintamente el método propuesto por Künsch (1989). Sea $z = \{z_t: t=1..T\}$ una serie temporal estacionaria¹. Esta serie es dividida en $(T-b+1)$ bloques solapados de igual tamaño b :

[1]

$$y_t = (z_t, z_{t+1}, \dots, z_{t+b}) \quad t=1 \dots (T-b)$$

La replicación *bootstrap* consiste en formar una nueva serie extrayendo T/b bloques según un esquema de muestreo aleatorio simple con reposición. Repitiendo este proceso H veces se dispone de una colección de series temporales artificiales: $z^{(h)} = \{z_t^{(h)}: t=1..T, h = 1.. H\}$.

¹ Consideraciones sobre la aplicación del *bootstrap* al caso no estacionario se encuentran en Bertail (1994) y Ferretti y Romo (1993).

Si θ es una determinada característica del proceso generador de la serie observada y $\hat{\theta} = S(z)$ es un estimador, se dispondrá de una distribución *bootstrap* del mismo aplicando $S(\cdot)$ a las H réplicas obtenidas:

[2]

$$\hat{\theta}^{(h)} = S(z^{(h)})$$

De esta manera, también puede obtenerse el estimador *bootstrap* de θ :

[3]

$$\hat{\theta}^{\text{boot}} = H^{-1} \sum_{h=1}^H \hat{\theta}^{(h)}$$

En el contexto de este trabajo, z_t es la señal o componente cíclico de una serie temporal y θ es un vector que contiene la duración y la amplitud de sus ciclos considerados desde un mínimo hasta el siguiente (mMm). Dichos puntos de giro (máximos y mínimos cíclicos) han sido identificados de forma no paramétrica mediante el programa <F> (Abad y Quilis, 1997).

3. Resultados empíricos.

La metodología descrita en la sección anterior va a ser aplicada a un indicador mensual de actividad: la serie de transporte de mercancías por RENFE, expresada en toneladas por kilómetro². Dicho indicador forma parte del Sistema de Indicadores Cíclicos (INE, 1994) y es uno de los más importantes para el seguimiento de las ramas de los servicios de transporte. Aplicaciones similares se encuentran en Aczel y Josephy (1992) y en Candelon y Hénin (1995).

El intervalo temporal abarca desde enero de 1964 hasta noviembre de 1997 (T=407). Con el fin de aplicar el procedimiento de remuestreo *bootstrap* en las condiciones más favorables, la serie ha sido corregida de todos los componentes deterministas asociados a valores anómalos y a efectos de calendario mediante el programa TRAMO (Gómez y Maravall, 1996). La aplicación del programa de fechado <F> a la serie corregida arroja los siguientes resultados:

² Los datos, resultados intermedios no publicados así como los programas Pascal de fechado (<F>) y de remuestreo *bootstrap* están disponibles si se solicitan a los autores.

TABLA 1: Cronología del ciclo de la serie de mercancías transportadas por RENFE (tm/km)

Máximo/Mínimo	Duración	Amplitud
67.8 / 69.4	0 / 20 (-)	0 / 10.03
70.8 / 71.9	16 / 13 (29)	21.51 / 21.46
72.11 / 75.7	14 / 32 (46)	20.03 / 15.77
77.8 / 78.11	25 / 15 (40)	6.02 / 15.15
80.5 / 81.5	18 / 12 (30)	11.57 / 6.50
82.3 / 83.2	10 / 11 (21)	7.60 / 10.98
83.11 / 84.9	9 / 10 (19)	8.01 / 8.72
86.1 / 87.2	16 / 13 (29)	11.89 / 14.06
88.3 / 89.2	13 / 11 (24)	21.48 / 14.21
89.8 / 90.6	6 / 10 (16)	1.84 / 5.36
91.2 / 91.10	8 / 8 (16)	3.81 / 7.10
92.7 / 93.1	9 / 6 (15)	1.71 / 0.90
94.8 / 96.5	19 / 21 (40)	32.58 / 25.56
Media:	14 / 13.58 (27.58)	11.98 / 12.34

La duración asociada a un punto de giro se define como el número de meses transcurridos entre dicho punto de giro y el inmediatamente anterior de signo contrario. La amplitud de un punto de giro es la diferencia, en valor absoluto, entre la tasa registrada en dicho punto y la del inmediatamente anterior de signo contrario.

¿Son las duraciones y amplitudes medias síntesis representativas del ciclo de este indicador?. ¿Es la correlación positiva entre ambas variables un rasgo robusto de dicho ciclo?. El remuestreo *bootstrap* de la serie objeto de fechado permite contestar, al menos de forma tentativa, a estas preguntas.

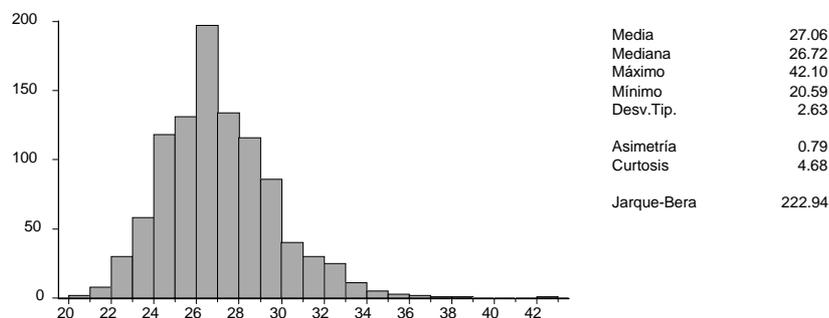
El método propuesto por Künsch para extender la técnica *bootstrap* al ámbito de las series temporales requiere que la serie a remuestrear sea estacionaria. Por esta razón, dicho método se ha aplicado a la serie de crecimientos interanuales de la serie corregida de efectos deterministas. Tanto el examen de las funciones de autocorrelación simple y parcial como los resultados del contraste aumentado de Dickey y Fuller no permiten rechazar la hipótesis de que dicha serie es estacionaria. Asimismo, debe recordarse que esta serie, debidamente suavizada, forma la señal cíclica objeto de fechado.

La selección del tamaño del bloque, b , es uno de los aspectos críticos de la propuesta de Künsch. En Hall *et al.* (1995) se propone escoger b en función del tamaño muestral T y de la clase de estadístico que se desea analizar. No obstante,

la presencia de una débil pero significativa autocorrelación estacional aconsejan tomar $b=12$, al margen de las consideraciones señaladas en dicho trabajo.

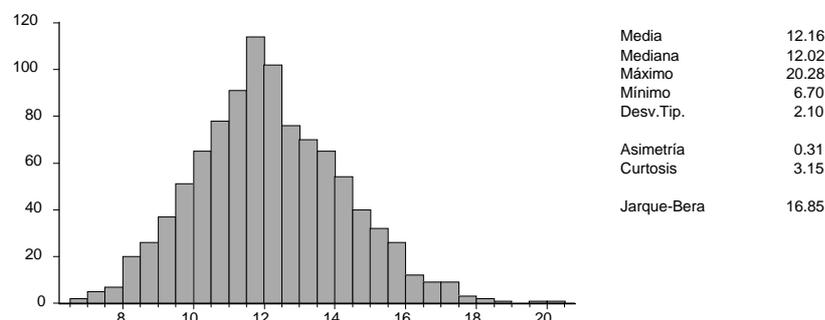
En consecuencia, se han efectuado $H=1000$ réplicas *bootstrap* de la serie de tasas interanuales, considerando bloques solapados de 12 observaciones. Cada una de estas réplicas ha sido fechada con el programa <F> y se han tabulado las duraciones y amplitudes del ciclo mMm en términos medios. Las características de ambas distribuciones se muestran a continuación:

Figura 1: Distribución *bootstrap* de las duraciones medias mMm



Resulta evidente el carácter unimodal, asimétrico positivo, leptocúrtico y, por consiguiente, acusadamente no gaussiano de esta distribución. Este rasgo confirma el carácter usualmente atribuido al ciclo: fluctuaciones recurrentes pero no estrictamente periódicas, en lugar de oscilaciones dotadas de un patrón fijo.

Figura 2: Distribución *bootstrap* de las amplitudes medias mMm



En cuanto a las amplitudes mMm, su distribución es también unimodal, leptocúrtica y asimétrica positiva aunque de forma menos acusada que en el caso de las duraciones. La hipótesis de normalidad tampoco es aceptada, a tenor de los valores

del estadístico de Jarque y Bera. Por otra parte, las estimaciones *bootstrap* de las duraciones y amplitudes medias de los ciclos mMm son muy semejantes a las de la serie original, como se observa en la siguiente tabla:

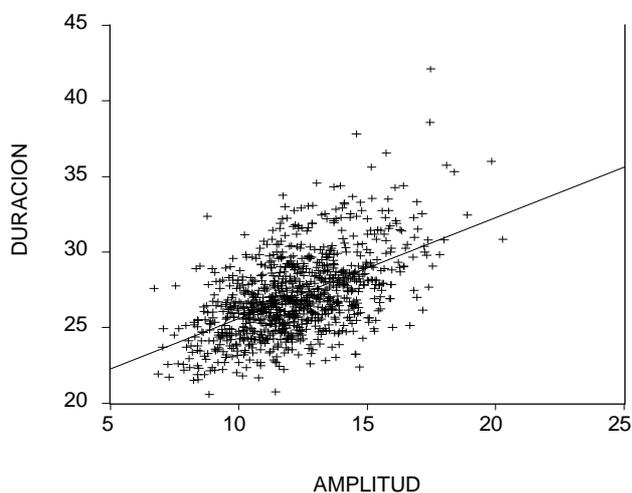
TABLA 2: Estimación media de la duración y la amplitud mMm

Característica cíclica	Inicial	<i>Bootstrap</i> : puntual e intervalo del 50 %
Duración mMm	27.58	27.06 [25.70 - 29.08]
Amplitud mMm	12.33	12.16 [10.94 - 13.77]

Nótese que el intervalo de confianza *bootstrap* engloba holgadamente a la estimación inicial, resultado de aplicar el programa <F> a la serie original.

La correlación positiva observada entre estas dos variables en el fechado inicial del ciclo de esta serie constituye una propiedad robusta de la misma como se aprecia en la figura siguiente:

Figura 3: Dispersión de las duraciones y amplitudes mMm *bootstrap*



Esta asociación entre duración y amplitud apunta hacia una posible interacción entre la magnitud de los impulsos que inciden sobre la serie y la forma de su respuesta, esto es, su mecanismo de propagación.

Finalmente, hay que señalar que esta metodología no sólo permite establecer o dilucidar cuestiones sobre el ciclo en su conjunto sino que también permite evaluar episodios individuales: véase Candelon y Hénin (1995). Así, por ejemplo, podemos

comparar las características de un ciclo particular con las del promedio. De esta manera, por ejemplo, el último ciclo de este indicador aparece claramente como un fenómeno especial, tanto por su mayor duración como por su mayor amplitud:

TABLA 3: Comparación del último ciclo con el promedio *bootstrap*

Ciclo	Duración	Amplitud
93.01 - 96.05	40.00	20.86
Medio	27.06	12.16

4. Conclusiones.

La descripción estadística de algunas características del ciclo constituye, frecuentemente, una tarea formidable. El desarrollo de modelos no lineales es, potencialmente, una vía prometedora pero notablemente consumidora de recursos. En consecuencia, la combinación de métodos no paramétricos, diseñados de forma empírica, y técnicas de remuestreo como el *bootstrap* puede resultar una estrategia de análisis equilibrada.

Esta metodología combinada puede extenderse en dos direcciones. De una parte, en el marco univariante, las distribuciones *bootstrap* de duraciones y amplitudes pueden incluirse en alguna clase de modelo de variable discreta (p.e., *logit*) para generar probabilidades de presencia de un punto de giro en el futuro. De otra parte, en el marco bivariante, el análisis de las relaciones dinámicas entre los ciclos de dos series podrá realizarse de forma más detallada, rica y precisa al disponerse de distribuciones *bootstrap* de los desfases medianos y de otras medidas de conformidad como las que ofrece el programa <G> (Abad y Quilis, 1996a, 1996b).

Referencias

Abad, A. y Quilis, E.M. (1996a), "The Spanish System of Cyclical Indicators: methodology, structure, and main results", OCDE Leading Indicators Meeting, October, 17-18, París (disponible en www.oecd.org/std).

Abad, A. y Quilis, E.M. (1996b) "<F> y <G>: dos programas para el análisis cíclico. Aplicación a los agregados monetarios", *Boletín Trimestral de Coyuntura*, n. 62, p. 63-103.

Abad, A. y Quilis, E.M. (1997) "Programas de análisis cíclico: <F> , <G> y <FDESC>. Manual del usuario", Documento Interno, Instituto Nacional de Estadística.

Aczel, A.D. y Josephy, N.H. (1992) "Using the bootstrap for improved ARIMA model identification", *Journal of Forecasting*, vol. 11, p. 71-80.

Bertail, P. (1994) "Un test bootstrap dans un modèle AR(1)", *Annales d'Economie et de Statistique*, n. 36, p. 57-79

Blanchard, O.J. y Fischer, S. (1989) *Lectures on macroeconomics*, The MIT Press, Cambridge, Massachussets, U.S.A.

Boldin, M.B. (1994) "Dating turning points in the business cycle", *Journal of Business*, vol. 67, n. 1, p. 97-131.

Bry, G. y Boschan, C. (1971) "Programmed Selection of Cyclical Turning Points in Individual Series", National Bureau of Economic Research, New York, U.S.A

Candelon, B. y Hénin, P.Y. (1995) "La récession des années quatre-vingt dix a-t-elle été exceptionnelle?" *Economie et Prévision*, n. 120, p. 51-71.

Carlstein, E. (1986) "The use of subseries methods for estimating the variance of a general statistic stationary time series", *Annals of Statistics*, vol. 14, p. 1171-1179.

Diaconis, P. y Efron, B. (1983) "Computer-intensive methods and statistics", *Scientific American*, n. 248, p. 116-130.

Efron, B. (1979) "Computers and the theory of statistics: thinking the unthinkable", *Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM) Review*, vol. 21, n. 4, p. 460-480.

Efron, B. (1982) *The jackknife, the bootstrap and other resampling plans*, vol. 38 of CMBS NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics, SIAM, Philadelphia, U.S.A.

Efron, B. y Tibshirani, R.J. (1993) *An introduction to the bootstrap*, Chapman and Hall, New York, U.S.A.

Ferretti, N. y Romo, J. (1993) "Bootstrap tests for unit root AR(1) models", Documento de Trabajo 93-22, Universidad Carlos III de Madrid.

Filardo, A.J. (1994) "Business-cycle phases and their transitional dynamics", *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 12, n. 3, p. 299-308.

Filardo, A.J. (1996) "Business cycle durations", Mimeo, Federal Reserve Bank of Kansas City.

Freedman, D. (1984) "On bootstrapping two-stage least-squares in stationary linear models", *The Annals of Statistics*, vol. 12, n. 3, p. 827-842.

Ghysels, E. (1994) "On the periodic structure of the business cycle", *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 12, n. 3, p. 289-298.

Gómez, V. y Maravall, A. (1996) "Programs TRAMO and SEATS", Documento de Trabajo n. 9628, Banco de España.

Gordon, R.J. (1993) "Introduction: continuity and change in theory, behavior and methodology", en Gordon, R.J. (Ed.) *The american business cycle*, National Bureau of Economic Research, Studies in Business Cycles, vol. 25, University of Chicago Press, Chicago, Illinois, U.S.A.

Hall, P., Horowitz, J.L. y Jing, B.Y. (1995) "On blocking rules for the bootstrap with dependent data", *Biometrika*, vol. 82, n. 3, p. 561-574.

Hamilton, J.D. (1989) "A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle", *Econometrica*, vol. 57, n. 2, p. 357-384.

INE (1994) *Un sistema de indicadores cíclicos para la economía española: Índices sintéticos de adelanto, coincidencia y retraso*, Instituto Nacional de Estadística, Madrid.

Künsch, H.R. (1989) "The jackknife and the bootstrap for general stationary observations", *The Annals of Statistics*, vol. 17, n. 3, p. 1217-1241