

Una nota sobre coeficientes y modelos multiplicadores a partir del nuevo sistema input/output del SEC-95

**Agustín Cañada Martínez
Subdirección General de Cuentas Nacionales**

Una nota sobre coeficientes y modelos de multiplicadores a partir del nuevo sistema input/output del SEC95.

Introducción.

El objetivo de esta nota es reflejar algunos de los principales coeficientes y modelos de análisis directos e indirectos que se pueden obtener con el sistema input/output del SEC95 y que amplían o matizan los modelos convencionales basados en una tabla I/O única, como la que proporcionaba el SEC79. Aunque los modelos conceptualmente más ortodoxos corresponden a los que se pueden obtener de la denominada tabla I/O simétrica, en la nota se pone de manifiesto que es también posible utilizar con fines analíticos los esquemas provenientes de las tablas de origen y destino¹.

El esquema de esta nota es el siguiente: en el apartado 1 se describe muy brevemente el sistema input-output de acuerdo con el SEC95; en el apartado 2 se describen los principales tipos de modelos de análisis que se pueden obtener a partir del sistema input/output del SEC95. El trabajo se completa con un anexo en el que se resumen los principales tipos de coeficientes implícitos en los modelos analizados.

1. Breve descripción del sistema input/output

Escapa al alcance de esta nota realizar una descripción con detalle del sistema input/output en el SEC95, para lo que se remite al lector al capítulo 9 de dicho manual². Únicamente se persigue en este apartado realizar una descripción muy general y abreviada, a partir de unos esquemas simples, ya que es imprescindible de cara a la comprensión de los modelos que se describen posteriormente. Algunos temas esenciales se han recogido en un anexo del trabajo, también con el objetivo de hacerlo.

1.1. DESCRIPCIÓN GENERAL.

El denominado "marco" I/O del SEC95 consta de un conjunto de tablas interrelacionadas que se pueden agrupar en tres bloques:

- Las tablas de origen y destino (TOD).
- La tabla simétrica.
- Las tablas que relacionan las ramas de actividad y los sectores institucionales, a partir de una clasificación cruzada de las cuentas de producción y explotación.

El primer bloque que es el más importante, las TOD, incluye a su vez un conjunto de tablas: tabla de origen; tabla de destino; y diversas tablas auxiliares (tablas de márgenes de distribu-

¹ Por razones de espacio esta nota no desarrolla otro aspecto relevante de los nuevos sistemas: las TOD ofrecen algunas posibilidades adicionales de análisis económico, no contempladas en modelos de metodologías previas. Por ejemplo, es posible calcular coeficientes de carga fiscal por productos o de márgenes de comercialización por productos. Por análogas razones tampoco se comentan los modelos de precios.

² En el momento de redactar esta nota (Agosto de 2001) se encuentra en proceso de redacción un manual específico sobre I/O que complementa al SEC95. El manual está siendo elaborado por un grupo de expertos pertenecientes a los Institutos de estadística europeos.

ción; y tablas de impuestos y subvenciones) que son las que permiten relacionar la valoración a precios básicos y la valoración a precios de adquisición que se utilizan conjuntamente en las tablas de origen y destino. El esquema 1 ofrece una visión general de las tres tablas fundamentales del marco I-O: el subconjunto origen/destino y la tabla simétrica.

Esquema 1

Marco input-output simplificado (precios básicos): tabla de origen, tabla de destino y tabla simétrica

Tabla de origen			
	Ramas de actividad	Resto del mundo	Total
Productos	Matriz de producción	Matriz (Vector) de importación	Total de recursos (oferta) por productos
Total	Producción por ramas de actividad		

Tabla de destino (Pr. básicos)			
	Ramas de actividad	Demanda final	total
Productos	Matriz de consumos intermedios	Matriz de demanda final	Total de empleos (demanda) por productos
Ajuste: Impuestos (netos) s/ productos	Impuestos netos s/ consumos intermedios	Impuestos netos s/ demanda final	
Valor añadido	Matriz de valor añadido por ramas de actividad		
Total	Producción por ramas de actividad		

Tabla simétrica			
	Ramas homogéneas o productos	Demanda final	Total
Productos	Matriz de consumos intermedios	Matriz de demanda final	Total empleos (demanda) por productos
Impuestos (netos) s/ productos	Imp. netos s/ consumos. intermedios	Imp. netos s/ demanda final	
Valor añadido	Matriz de valor añadido		
Total (1)	Producción por r. de actividad		
Resto del mundo (2)	Importación por productos		
Total (1)+(2)	Total de recursos (oferta) por productos		

La tabla de origen refleja la oferta total de bienes y servicios en una economía, a partir de los dos componentes fundamentales de dicha oferta, recogidos en sendas matrices: la producción, y la importación. Estas matrices tienen la misma estructura por filas ya que están definidas por categorías de productos, permitiendo obtener por agregación el total de recursos (oferta) para cada producto..

La matriz de producción, como indica su denominación, contiene los datos de producción realizada en la economía clasificados según dos parámetros: por filas, por tipo de producto y por columnas, por ramas de actividad (agregación de unidades de producción con una especialización productiva similar). Es decir, recoge tanto los productos que se elaboran en el sistema, como las ramas que elaboran (o prestan) cada tipo de bien (servicio). La tabla permite identificar las producciones principales y secundarias de cada rama de actividad.

Respecto a la tabla de destino, su estructura básica se fundamenta en tres matrices: matriz de consumos intermedios (o demanda intermedia), matriz de demanda final; y matriz de valor añadido. Esta tabla muestra simultáneamente dos tipos de información:

- Tomando las dos matrices que aparecen en la parte superior del esquema, se presentan por filas los destinos o utilizaciones de los productos en el sistema económico, pero ofreciendo además una desagregación de dichos empleos: la demanda intermedia aparece desglosada por ramas adquirentes; la demanda final, por componentes de la demanda (gasto en consumo final, formación de capital, exportaciones...).
- Si se analizan por columnas las matrices de la parte izquierda del esquema la tabla de destino ofrece, para cada rama de actividad, información sobre: los consumos intermedios por tipo de productos; y sobre el valor añadido, esto es, sobre la remuneración obtenida por los factores primarios (trabajo, capital) en el proceso de producción. Por tanto, en la tabla de destino se representan (en columna) las estructuras de producción (costes) por ramas de actividad¹: el total de cada columna, resultado de sumar los consumos de inputs intermedios y la remuneración de los inputs primarios, recoge por tanto el valor de la producción por ramas de actividad.

Por tanto, las tablas origen/destino, forman un subconjunto en el que se ofrece información sobre la oferta (en la tabla de origen, en la que consta la producción y las importaciones) y la demanda (en la de destino, en la que aparece la demanda intermedia y la demanda final) por tipos de productos. Los totales de ambas tablas por productos (filas) deben pues ser idénticos si el sistema está en equilibrio.

Las TOD utilizan tipos de clasificaciones diferentes en las filas y en las columnas de las matrices que la componen, Subrayando el rasgo más importante de cara los modelos analíticos, la matriz de producción en la tabla de origen y la matriz de consumos intermedios en la tabla de destino se definen por filas por (grupos de) productos y por columnas por ramas de actividad; en otros términos, *estas matrices normalmente tendrán diferentes dimensiones en filas y en columnas*, (por lo general, será mayor el número de filas que el de columnas).

La tabla simétrica², representada en la parte inferior del esquema, es una tabla derivada de las anteriores y constituye en su mayor parte el resultado de procesos de reelaboración del

¹ En términos contables, la tabla recoge las cuentas de producción y explotación por ramas de actividad, con un desglose de algunos de sus componentes, como los consumos intermedios, que aparecen diferenciados por productos.

² En esta nota se describe exclusivamente lo referente a la tabla simétrica "producto x producto", que es la conceptualmente más idónea. Para una discusión sobre las tablas "industria x industria" puede verse el manual europeo de tablas input/ output.

subsistema origen/destino; por lo general, el sistema estadístico no proporciona directamente la información necesaria para elaborar esta tabla. Su estructura es como puede verse similar a la de la tabla de destino, pero presenta dos importantes diferencias:

- Las columnas de las matrices de consumos intermedios y valor añadido están definidas por “productos” o por “ramas de actividad homogéneas”¹. En este caso se tiene por tanto una representación de la estructura de producción (costes) por productos, en tanto que en la tabla de destino se plasmaba la estructura de producción (costes) por unidades de producción (o sus agregados, las ramas de actividad). Estas columnas se obtienen por división y posterior reagrupamiento de las de las tablas de destino, asignándose por distintos procedimientos (véase SEC95, capítulo 9) los inputs a cada categoría específica de productos. La producción que aparece en estas tablas es pues una producción que corresponde a un solo tipo de producto (las filas de la matriz de producción en la tabla de origen).
- Por otro lado, se añaden en la parte inferior de esta tabla las importaciones por productos, con lo cual se tiene como total de las columnas la oferta (recursos en el lenguaje contable) por cada tipo de producto, es decir, lo que en la tabla de origen aparecía como suma de las filas. Por tanto, dado que por filas se refleja la demanda (empleos) también por tipo de producto, esta tabla permite examinar directamente, y como sucedía con las tablas SEC79, los equilibrios contables: el total de la columna es igual al total de la fila, para cada categoría de producto.

En definitiva, es la tabla simétrica, al recoger (por columnas) la función de producción (costes) por productos, la que permite obtener las matrices de coeficientes técnicos y matrices de Leontief, que son la base para la elaboración de los modelos input/output más conocidos en el análisis económico.

Por otra parte, existen matizaciones muy importantes al esquema anterior si se tiene en cuenta el tema de los criterios de valoración del SEC95. Estos aspectos escapan al alcance de esta nota remitiendo al lector al SEC95. Únicamente, en relación con el esquema 1, cabe resaltar la fila de ajuste por impuestos netos sobre los productos: Esas filas aparecen incluidas como puede verse en las matrices de consumos intermedios y demanda final de la tabla de destino. Su finalidad es asegurar que el total de esas operaciones de demanda, de acuerdo con los criterios del SEC95 está siempre valorado a precios de adquisición; dado que la tabla que se hay representado es la tabla precios básicos, es decir, donde cada flujo elemental de cada producto viene definido a precios básicos, al añadir estos impuestos, el total seguirá estando valorado a precios de adquisición².

¹ Las ramas de actividad en las TOD se definen como agregaciones de “UAE local”: unidad que agrupa todas las partes de una unidad institucional en su condición de productora, que están situadas en una única localización o en su proximidad, y que concurren al ejercicio de una actividad del cuarto nivel (clase, cuatro dígitos) de la NACE Rev.1 (CNAE-93 en el caso español). En términos muy esquemáticos se correspondería con el concepto de establecimiento, que se ha venido utilizando en las estadísticas económicas. Sin embargo, para analizar de forma más detallada el proceso de producción se define un tipo de unidad analítica que, por lo general, no es observable directamente en el mundo real: la unidad de producción homogénea (UPH), caracterizada por desarrollar un solo tipo de actividad económica. La agrupación de tales unidades conduce también a ramas de actividad, pero con un importante matiz diferenciador respecto a las obtenidas agregando UAes: son aquí ramas homogéneas, denominación que quiere indicar que engloban unidades que desarrollan exclusivamente una actividad productiva.

² En realidad, también el SEC79 establecía el mismo criterio: el total de empleos (demanda) debía valorarse a precios de adquisición. Pero las posibilidades de valoración de los flujos de productos elementales eran aún más amplias que en el SEC95: precios básicos; precios de productor (el antiguo precio salida de fábrica) éste con diferentes posibilidades (en función del tratamiento de impuestos tipo IVA); precios de adquisición. Una explicación práctica de estas alternativas

2. Coeficientes directos e indirectos en los nuevos sistemas input/output.

La aparición de los nuevos sistemas input/output dentro de las metodologías de cuentas nacionales supone la ampliación de las posibilidades de análisis a un número mayor de aspectos que los contemplados en las tablas SEC79. En efecto, ahora aparecen elementos que anteriormente estaban implícitos en las tablas I/O, como por ejemplo, el detalle de la producción que constituye la base de la tabla de origen.

Una observación previa a la descripción, tiene que ver con la "novedad" del sistema planteado en el SEC95: en realidad, el sistema actual, aunque con varias importantes matizaciones, es heredero directo del sistema input/output ya incorporado en el anterior sistema de las Naciones Unidas, el SCN68¹. En efecto, en dicho sistema se contemplaba ya la estructura de un conjunto de matrices² que son antecedentes directos de las actuales tablas de "origen" y "destino". Al diseñarse el nuevo sistema de las Naciones Unidas, el SCN93, estos conceptos pasaron a la versión europea del mismo, que es el SEC95. La similitud se refiere al tipo de información, pero las diferencias son muy notables en cuanto al contenido (tipo de variables), diseño, valoración... (véase capítulo III del SCN68).

Pero un aspecto es importante recalcar. En realidad y aunque como se verá a continuación, es posible plantear los modelos de multiplicadores directamente a partir de las TOD, es decir, sin haber estimado previa y explícitamente una tabla simétrica, los modelos obtenidos lo que hacen es construir implícitamente unas relaciones input/output equivalentes a las que se darían en una tabla simétrica.

Conviene también recordar que, desde un punto de vista conceptual, los modelos válidos siguen siendo los que utilizan las hipótesis de Leontief, y por tanto los que se pueden derivar de la denominada tabla simétrica como marco teórico idóneo. Sin embargo, desde una perspectiva más práctica, y dado que no todos los países elaboran tablas simétricas con regularidad, se pueden aplicar como aproximación los modelos obtenidos directamente de las tablas de origen y destino; en realidad, en este segundo caso, lo que se hace es añadir hipótesis simplificadoras que permiten transformar las funciones de producción conjunta (implícitas en las TOD) en funciones de producción simple, como las establecidas en los modelos de Leontief. En otras palabras, cuando se utilizan los modelos derivados de las TOD es como si se construyera de manera automática una tabla simétrica (bajo las hipótesis tecnológicas respectivas – como se comenta a continuación -).

Esas razones son las que llevan a denominar a la tabla simétrica de los actuales sistemas como "tabla simétrica input/output" (TSIO).

y sus diferencias puede verse en el trabajo publicado por el INE: "Serie enlazada de la Contabilidad Nacional de España. 1964-1991". Madrid, 1994.

¹ Finalizado en 1968 y publicado en 1970. (La versión española es: "Un sistema de cuentas nacionales". Oficina de estadística de las Naciones Unidas. Nueva York, 1970.)

² Las conocidas por las denominaciones inglesas "make table" (similar a la matriz de producción de la tabla de origen); y "use table", similar a la tabla de destino.

2.1. NOTACIONES E HIPÓTESIS PREVIAS PARA LA DEFINICIÓN DE LOS COEFICIENTES.

2.1.1. Notaciones utilizadas en la definición de los coeficientes.

Con el fin de que la descripción de los coeficientes sea más comprensible, en el esquema 4 se ha reproducido el esquema 3 anterior, pero asignando unas nomenclaturas a los distintos componentes. Es en este caso además necesario explicitar el tipo de tabla que se está describiendo: concretamente el esquema utiliza una tabla de destino a precios básicos, que es la más relevante de cara a las aplicaciones.

Como criterio general, la notación en mayúsculas indica matrices, y en minúsculas vectores columna o fila. El acento con el símbolo de un vector indicaría su traspuesto; para simplificar las ecuaciones, se supone que todos los vectores fila son traspuestos. En las *tablas de origen y destino* el número de productos es distinto del número de ramas de actividad. Por tanto las matrices de producción y consumos intermedios no son cuadradas.

Esquema 2

Notación empleada para las distintas matrices y vectores del marco input-output

Tabla de origen					Tabla de destino a pr. básicos			
	R. actividad no homog.		R. del mundo	Total	R. actividad no homog.	Demanda final	Total	
Productos	Z (Matriz de producción)	q (Vector de producc. por ptos.)	m (Vector de impor)	r (Vector de total recursos)	Productos	X (Matriz de consumos intermedios)	y (Vector de total demanda final)	e (Vector de total empleos)
Total	g' (Vector de producción por ramas)				Impuestos (netos) s/ productos	fx' (Imp. netos s/ ptos. en cons. intermedios)	fy' (Imp. netos s/ ptos. en dem. final)	
					Valor añadido	v' (Vector de valor añadido por ramas)		
					Total	g' (Vector de producción por ramas)		

Tabla simétrica			
	Ramas homogéneas o productos	Demanda final	Total
Productos	X (Matriz de consumos intermedios)	y (Vector de dem. final por ptos.)	e (Vector de tot. empleos por ptos.)
Impuestos (netos) s/ productos	f x ' (Vector de Imp netos s/ con. intermedios)	f y ' (Imp. netos s/ dem. final)	
Valor añadido	v' (Vector de valor añadido por ramas)		
Total (1)	q' (Vector de producción por ptos.)		
Resto del mundo (2)	m' (Vector de impor)		
Total (1)+(2)	r' (Vector de total de recursos)		

Para simplificar, algunas matrices se representan como un solo vector correspondiente a los totales de las operaciones contenidas en las mismas: la demanda final se representa por la letra y , que reflejaría un vector por tipos de productos; el valor añadido, representado por v , sería un vector por ramas de actividad; los impuestos (netos) sobre los productos en consumos intermedios, corresponderían a un vector f_x por ramas de actividad.

En el caso de los impuestos (netos) sobre los productos en demanda final, ya que ésta es un vector, correspondería a un escalar (f_y) aunque para simplificar no se ha utilizado una notación específica; por otra parte este concepto sólo interviene en las ecuaciones de determinación agregada del PIB, como se recordará posteriormente, pero en los modelos principales que se analizan en esta nota.

También se definen como un vector por productos: las importaciones, identificadas con la notación m ; la producción por productos, que se ha identificado aquí explícitamente (sería el total por filas de la matriz de producción) con la notación q ; el total de recursos, con la notación r ; y el total de empleos, con la notación e .

El total de la producción por ramas representada por la notación g es también un vector.

Las dos únicas matrices propiamente dichas de este esquema simplificado serían: la matriz de producción, identificada con la letra Z de dimensiones producto por rama, cuyos elementos son los z_{ij} (para i el producto y j la rama productora); y la matriz de consumos intermedios representada por X , con elementos x_{ij} .

En la tabla simétrica, los tres únicos elementos diferenciales respecto a las tablas O/D son los que se derivan de utilizar ahora ramas homogéneas: la matriz de consumos intermedios, representada por X y que es ahora una matriz cuadrada (producto x producto); el vector de impuestos (netos) sobre los productos en consumos intermedios f_x ; y el vector de total de valor añadido, representado por v y que se refiere a las ramas homogéneas.

2.1.2. Hipótesis previas para la definición de los coeficientes.

A partir de estos convenios sobre notación, se pueden reproducir las relaciones contables básicas implícitas en las tablas, que son necesarias para construir posteriormente los modelos de comportamiento.

Las cuatro primeras se definen en las tablas de origen y destino. La primera proviene del equilibrio de la cuenta de bienes y servicios por productos; es decir, el cumplimiento de la igualdad de oferta y demanda

$$q + m = i + y$$

Donde i representa un vector columna unidad. Es decir, $X i$ equivale a un vector columna cuyos elementos son los totales por filas de la matriz X .

O bien, despejando la producción por productos:

$$[1] \quad q = X i + y - m$$

En la tabla de origen, se definen dos relaciones contables de la matriz de producción:

$$[2] \quad q = Z i$$

Es decir, q equivale a los totales por filas de la matriz Z , y

$$[3] \quad g = Z' i$$

Donde el apóstrofe indica la transpuesta de la correspondiente matriz. Por convención, se expresa g mediante un vector columna. Es decir, la producción por ramas es igual a la suma de las columnas de Z .

Por último, de la tabla de destino se deriva la relación sobre las cuentas de producción de las ramas de actividad:

$$[4] \quad g = X' i + fx' + v$$

Si se plantean estas relaciones en términos de la tabla simétrica, se simplifican notablemente. La primera tendría una definición análoga:

$$q + m = X i + y$$

Pero ahora X está definida por ramas homogéneas. Como el total por filas es exactamente igual al de la tabla de destino, la igualdad recursos/ empleos se satisface dentro de la propia tabla simétrica; es decir, el total de columnas (parte izquierda de la ecuación) es igual al total de filas (parte derecha de la ecuación). Despejando la producción por productos:

$$[5] \quad q = X i + y - m$$

También se puede encontrar un equivalente para la ecuación [4] que exprese la relación sobre las cuentas de producción de las ramas de actividad, aunque éstas son ahora ramas homogéneas:

$$[6] \quad g = X' i + f x' + \omega$$

Las otras dos relaciones no se aplican ya que aquí por definición no existen producciones secundarias.

2.2. ALGUNOS MODELOS BÁSICOS: MODELOS DE MULTIPLICADORES DEL OUTPUT.

2.2.1. Tablas de origen y destino.

Antes de entrar en el comentario de los mismos, es preciso sin embargo, añadir algunas relaciones teóricas, que se derivan del esquema anteriormente expuesto y que son también necesarias para determinar los coeficientes.

En primer lugar, en la tabla de destino se puede plantear una relación entre consumos intermedios y total de producción por ramas: la hipótesis consistiría en suponer que los consumos intermedios son proporcionales a los niveles de producción obtenidos. Es decir, se cumple una ecuación como

$$[7] \quad X = B \hat{g}$$

Donde \hat{g} indica una matriz diagonal y B es una matriz (producto x rama de actividad) de coeficientes b_{ij} que representan la participación del consumo intermedio del producto i por unidad monetaria de producción de la rama j. Es decir, los conocidos coeficientes técnicos verticales. Subrayemos que son coeficientes a precios básicos.

También en la tabla de destino se puede definir una relación referente a los destinos o distribución del producto en sus diferentes usos intermedios:

$$[8] \quad X = \phi e$$

Donde ϕ es una matriz de coeficientes de distribución.

La tercera relación, obtenida de la tabla de origen, postula que la participación de cada rama en la producción del producto es:

$$[9] \quad g = D' \cdot q$$

Donde D es una matriz (producto x rama) cuyos coeficientes d_{ij} representan la participación de la rama j en la producción del producto i. Se denominan usualmente coeficientes de mercado.

La cuarta relación postula que la producción de cada rama es proporcional a la producción de los diferentes productos:

$$[10] \quad q = C g$$

Donde C es una matriz (producto x rama) cuyos elementos c_{ij} indican el peso de cada una de las producciones de la rama j sobre el total. Se los denomina los coeficientes de especialización, ya que indican la importancia de los distintos productos sobre la actividad de la empresa.

A partir de las identidades contables y las relaciones expuestas anteriormente se puede derivar todo el sistema de modelos de análisis basados en el marco I/O.

Según lo que se ha expuesto anteriormente, hay dos tipos de relaciones entre el output de las industrias y el de los productos, según que utilicemos la ecuación [9] o la ecuación [10]. En cada uno de los dos casos se está dando prioridad a un tipo de hipótesis que se considera tiene una estabilidad en el tiempo y por tanto permite aplicar los correspondientes modelos:

- Modelo a partir de una hipótesis de tecnología del producto. En este caso se parte de la ecuación [10] ya que lo que se postula es la estabilidad de C, es decir, que cada producto se elabora en el sistema con su tecnología específica, al margen de la industria que lo elabore.
- Modelo a partir de una hipótesis de tecnología de la industria. Basado en la utilización de la matriz D como matriz con estabilidad temporal, lo que equivale por tanto a considerar que cada producto se elabora de acuerdo con la tecnología de la industria productora.

Bajo la primera hipótesis, si se sustituye [7] en la ecuación [1], queda:

$$q = X i + y - m = B g + y - m$$

Y sustituyendo ahora [10] se tiene

$$q = B C^{-1} q + y - m$$

De donde, despejando q queda:

$$[11] \quad q = (I - B C^{-1})^{-1} (y - m)$$

Y por tanto en términos de g:

$$[12] \quad g = C^{-1} (I - B C^{-1})^{-1} (y - m)$$

El modelo alternativo, bajo la hipótesis de la industria, parte de sustituir la relación contable [1] en la ecuación [8] lo que lleva a:

$$g = D' \cdot q = D' (X i + y - m) = D' X + D' (y - m)$$

Y sustituyendo ahora X a partir de la ecuación [7], queda:

$$g = D' B g + D' (y - m)$$

De donde, despejando g' :

$$[13] \quad g = (I - D' B)^{-1} D' (y - m) = D' (I - B D')^{-1} (y - m)$$

O bien, en términos de q:

$$[14] \quad q = (I - B D')^{-1} (y - m)$$

Es decir, que estas ecuaciones permiten obtener, supuestos fijos o estables los coeficientes de C, D y B, la producción de las ramas y de los productos correspondientes a una demanda final (neta de importaciones) de los productos. Es el modelo de multiplicadores de Leontief, aunque adaptado a las tablas de origen y destino. (Posteriormente al comentar el modelo de la tabla simétrica se volverá sobre este tema).

Una ventaja práctica del segundo tipo de modelos (bajo la tecnología de la industria) es que se puede obtener directamente a partir del subsistema origen/destino, a pesar

de que las matrices no sean cuadradas. En cambio, en el modelo por tecnología del producto (ecuaciones [11] y [12]) interviene la matriz inversa C^{-1} con lo que C tiene que ser por definición una matriz cuadrada; es decir, que este modelo sólo sería aplicable en el caso en que el número de productos fuera exactamente igual al número de ramas de actividad.

2.2.2 Tabla simétrica.

Como se ha señalado, lo que implícitamente se está haciendo cuando se manejan los modelos anteriores es construir una tabla simétrica input/output, bajo las dos hipótesis tecnológicas ya mencionadas. Ahora se puede plantear un modelo "alternativo" cuando se contara de manera real con una estimación inicial y "autónoma" de la tabla simétrica. Subrayemos el término "autónoma" porque la elaboración de la TSIO tiene que partir, en mayor o menor medida de los datos de las TOD; en función de los recursos y de las fuentes de información disponibles esa tabla puede tener una base "estadística" adicional.

El sistema de ecuaciones se simplifica ahora notablemente ya que aquí, por definición:

$$C = D = I$$

Es decir, no existen producciones secundarias y la matriz de producción de la tabla de origen es una matriz diagonal. Como las ramas son homogéneas, los coeficientes técnicos se definen ahora con una notación diferente¹ y la ecuación [7] debe transformarse en el equivalente:

$$[15] \quad X = A q$$

Donde A es una matriz (producto x producto) de coeficientes a_{ij} que representan la participación del consumo intermedio del producto i por unidad monetaria de producción del producto (o de la rama homogénea) j . Es decir los conocidos coeficientes técnicos verticales. Subrayemos que son coeficientes a precios básicos.

Por otra parte, como la producción de las ramas homogéneas es igual a la producción de los productos:

$$g = q$$

¹ Aunque evidentemente, si la TSIO se elaborara bajo una hipótesis "pura" de tecnología de la industria, los coeficientes serían iguales a los de la matriz B .

El equivalente a los modelos previos sería por tanto la ecuación:

$$[16] \quad q = (I - A)^{-1} (y - m)$$

Que responde de una manera más depurada al modelo de Leontief, ya que aquí se representaría una variación en el output de un producto ante modificaciones en la demanda final (neta de importaciones) suponiendo constantes los coeficientes técnicos de la función de producción de un producto concreto.

2.2.3. Diferenciación por origen de los flujos.

Tanto en los modelos que provienen de las tablas de origen y destino como de la simétrica se puede diferenciar el origen de los flujos, es decir, construir dos sistemas, uno con los de origen interior y otro con los de origen importado.

Por ejemplo, los equivalentes de la relaciones de comportamiento [7] para las TOD sería:

$$[17] \quad X^r = B^r g$$

Donde B^r es una matriz (producto x rama de actividad) de coeficientes b^r_{ij} que representan la participación del consumo intermedio del producto i de origen interior, incluido en la matriz X^r , por unidad monetaria de producción de la rama j . Es decir, los coeficientes técnicos verticales para los insumos de origen interior.

Si se llama y^r a la demanda final de productos interiores (neta de la demanda final importada), se cumple que:

$$[18] \quad q = X^r i + y^r$$

Y se pueden definir unos modelos equivalentes a los precedentes:

$$[19] \quad q = (I - B^r C^{-1})^{-1} y^r$$

$$[20] \quad g = C^{-1} (I - B^r C^{-1})^{-1} y^r$$

Para los modelos provenientes de una tecnología de productos y

$$[21] \quad g = (I - D' B^r)^{-1} D' y^r$$

$$[22] \quad q = (I - D' B^r)^{-1} y^r$$

Para los modelos provenientes de una tecnología de industrias.

También es posible la obtención del modelo en la tabla simétrica

$$[23] \quad q = (I - A^r)^{-1} y^r$$

La hipótesis subyacente en estos modelos es que se puede hablar de unas relaciones técnicas entre el output de una industria y los insumos de origen interior. Y para poder utilizar el modelo con fines prospectivos se debe aceptar que esas relaciones son estables. Evidentemente, esto es cuestionable, puesto que los procesos de sustitución de insumos interiores por importados se pueden producir con bastante rapidez en el tiempo. Sin embargo, el modelo tiene la ventaja empírica de que, al dejar al margen los flujos importados, evita los problemas de eventuales signos negativos en los multiplicadores (cuando el valor de la importación supere al de la demanda final para alguna categoría de productos).

2.3. OTROS ASPECTOS: DE LOS MODELOS DE MULTIPLICADORES AL CÁLCULO DEL PIB

Usualmente, a partir de los outputs obtenidos en las ecuaciones anteriores, se debe transformarlos a Valor añadido. Este cálculo no reviste mayor complicación si, como en el resto de los modelos se acepta la estabilidad de los coeficientes y en particular de los coeficientes técnicos de la matriz B, ya que entonces el VAB para cada rama se puede obtener multiplicando el "output total" por la ratio VAB/output original.

Sin embargo, es conveniente hacer una matización sobre el valor total que se obtiene tras este cálculo: por definición, el total de VAB debe coincidir con el valor de la demanda final (neta de importaciones) pero añadiendo ahora una partida marginal, debida a los criterios de valoración adoptados en el SEC95. Para explicar este punto vamos a utilizar ahora los totales de las variables.

En primer lugar, se debe recordar que para llegar al PIB hay que definir el VAB por ramas y añadir los impuestos netos de subvenciones, que están sin embargo definidos por productos:

$$\text{PIB} = \sum_j \text{VAB}_j + \sum_i f_i$$

Donde f_i representa el total de impuestos (netos de subvenciones) sobre el producto i .

O desde una perspectiva de demanda:

$$\text{PIB} = \sum_i y_i - \sum_i m_i$$

Donde y representa la demanda final total y m las importaciones. Como se ha partido de una tabla de destino a precios básicos, entonces en realidad la fórmula anterior habrá que ponerla:

$$\text{PIB} = \sum_i y_i - \sum_i m_i + \sum_i f_{y_i}$$

Y por tanto, la relación entre la demanda final y el VAB es:

$$\sum_j \text{VAB}_j = \sum_i y_i - \sum_i m_i + \sum_i f_{y_i}$$

Es decir el total del VAB es igual a la demanda final (neta de importaciones) añadiendo los impuestos netos sobre los productos destinados a consumos intermedios.

2.4. MODELOS DE CONTENIDO EN EMPLEO DEL FACTOR TRABAJO.

Partiendo de los modelos indirectos previos, se puede construir un modelo de contenido en empleo de mano de obra.

Para ello, habría que contar inicialmente con un vector de empleo por rama de actividad o por producto. El primero es el más usual y el que se encuentra disponible en los sistemas estadísticos de la mayoría de los países. Por tanto es el que aquí se va a plantear. En definitiva se trataría de definir una nueva relación de comportamiento definida como:

$$[20] \quad I' = \lambda \hat{g}$$

Donde I' representa el vector de empleo por ramas (transpuesto), \hat{g} es el vector diagonalizado de producción por ramas y λ es un vector, definido también por ramas, que lleva implícita una hipótesis de generación de empleo por unidad de output.

Una vez obtenido se puede obtener también el empleo indirecto ligado a un vector de demanda final. Para ello, sustituyendo [11] en [20] se tiene:

$$[21] \quad I' = \lambda D' (I - B D')^{-1} (y - m)$$

Es decir, que esta ecuación permite obtener, supuestos fijos o estables los coeficientes de D y B , y los de generación de empleo directo, el contenido total de empleo (directo e indirecto) en un vector de demanda final (neta de importaciones)

El modelo equivalente en el caso de la tabla simétrica sería

$$[22] \quad I' = \lambda_h (I - A)^{-1} (y - m)$$

Siendo λ_h el vector de empleo directo correspondiente a las ramas homogéneas

Anexo 1.

Algunos coeficientes analíticos a partir del marco input-output del SEC95.

En el cuadro 1 se han recogido los principales tipos de coeficientes que se pueden obtener del sistema I/O de acuerdo con el SEC95. La relación no es exhaustiva, y sólo se recogen los más tradicionales en el análisis I/O.

Cuadro 1. Principales coeficientes a partir del marco input/output

Coeficientes		
Denominación	Definición analítica	Interpretación
1. Tabla de origen		
Coeficientes de especialización	$C_{ij} = z_{ij} / g_j$	Relevancia de cada producto i en la producción de la rama j. Por ello, se entiende como una medida de la especialización de la rama de actividad.
Coeficientes de mercado	$d_{ij} = z_{ij} / q_i$	Relevancia de cada rama de actividad en la producción de un determinado producto. Se puede interpretar como una medida de la cuota de mercado de la rama en ese producto
2. Tabla de destino total		
Coeficientes técnicos totales no homogéneos	$b_{ij} = x_{ij} / g_j$	Relevancia de cada input i en la producción de la rama j. Aproximación a la estructura de costes y, bajo determinadas hipótesis, a la función de producción conjunta (para todos los productos elaborados por j).
Coeficientes de distribución totales no homogéneos	$\phi_{ij} = x_{ij} / e_i$	Proporción de los recursos del producto i destinados a insumo de cada rama j.
A3. Tabla de destino: flujos de origen interior		
Coeficientes técnicos interiores no homogéneos	$b^r_{ij} = x^r_{ij} / g_j$	Relevancia de cada input i de origen interior en la producción de la rama j.
Coeficientes de distribución interiores no homogéneos	$\phi^r_{ij} = x^r_{ij} / q_i$	Proporción de la producción del producto i destinada a insumo por cada rama j.
A4. Tabla de destino: flujos de origen importado		
Coeficientes técnicos importados no homogéneos	$B^m_{ij} = x^m_{ij} / g_j$	Relevancia de cada input i de origen importado en la producción de la rama j.
Coeficientes de distribución importados	$\phi^m_{ij} = x^m_{ij} / m_i$	Proporción de las importaciones del producto i destinadas a insumo de cada rama j
A5. Tabla simétrica total		
Coeficientes técnicos totales homogéneos	$a_{ij} = \chi_{ij} / q_j$	Relevancia de cada input i en la producción del producto j. Aproximación a la estructura de costes y, bajo determinadas hipótesis, a la función de producción simple (producto j exclusivamente).

Cuadro 1. Continuación

Coeficientes		
Denominación	Definición analítica	Interpretación
6. Tabla simétrica interior		
Coeficientes técnicos interiores homogéneos	$a_{ij}^r = \chi_{ij}^r / q_j$	Relevancia de cada input i de origen interior en la producción del producto j.
Coeficientes de distribución interiores homogéneos	$H_{ij}^r = \chi_{ij}^r / e_i$	Proporción de la producción del producto i destinada a insumo de cada rama homogénea (producto) j
7. Tabla simétrica importada		
Coeficientes técnicos importados homogéneos	$a_{ij}^m = \chi_{ij}^m / q_j$	Relevancia de cada input i de origen importado en la producción del producto j.
Coeficientes de distribución importados homogéneos	$h_{ij}^m = \chi_{ij}^m / e_i$	Proporción de las importaciones del producto i destinadas a insumo de cada rama homogénea (producto) j