

Análisis empírico de la duración del ciclo del Índice de Producción Industrial (IPI)

Juan Bógalo Román¹
Subdirección General de Cuentas Nacionales
Instituto Nacional de Estadística

¹ Agradezco las discusiones mantenidas con Enrique M. Quilis sobre las técnicas utilizadas en este trabajo y tanto a él como a Silvia Relloso sus minuciosas revisiones. Las opiniones expresadas corresponden al autor y no reflejan necesariamente las del INE.

1.Introducción y planteamiento del problema

Interesados por el crecimiento como mecanismo para aumentar el bienestar económico, el análisis del ciclo se centra en cuantificar la duración de las etapas de expansión y en prever con suficiente antelación un giro económico, un cambio de etapa. En definitiva, se trata de detectar los puntos de giro (máximos y mínimos) de la señal cíclica de una serie temporal y estimar la duración del ciclo (tiempo transcurrido entre dos puntos de giro consecutivos de igual signo)¹ para realizar inferencias y poder obtener una distribución de probabilidad empírica de la misma.

En consecuencia, se estima, en primer lugar, de forma estadísticamente apropiada una señal cíclica y posteriormente se identifican sus puntos de giro. Para estimar un componente cíclico se modelizará una serie temporal mediante modelos ARIMA-AI y su posterior filtrado del componente de ciclo-tendencia permitirá obtener una señal cíclica lo más nítida posible. Para identificar los puntos de giro se van a utilizar métodos no paramétricos por su sencillez, su carácter poco exigente sobre las hipótesis de los datos y porque permiten establecer con rapidez hechos sobre los que construir modelos más sofisticados. Ejemplos de estos procedimientos se encuentran en Abad y Quilis (1996a, 1996b).

Para resolver el problema inherente a estos métodos no paramétricos consistente en la imposibilidad de realizar una inferencia acerca de las estimaciones realizadas (intervalos de confianza, distribución de los estimadores en el muestreo, contrastes de hipótesis), se utiliza como solución el método de remuestreo *bootstrap* para obtener una distribución empírica, no condicionada a priori, del estimador en el muestreo y, a partir de ella, realizar las inferencias necesarias. Con el fin de evitar la etapa de modelización y mantener el espíritu no paramétrico del método, Carlstein (1986) y Künsch (1989) proponen remuestrear bloques de observaciones de igual tamaño según un esquema de muestreo aleatorio simple con reposición, pudiendo dichos bloques solaparse (Künsch) o no (Carlstein).

En este trabajo se utiliza el método de remuestreo *bootstrap* de bloques solapados propuesto por Künsch (1989) con el fin de examinar la duración del ciclo de una serie temporal, caracterizado a través de la identificación de sus puntos de giro mediante el procedimiento de Abad y Quilis (1996a, 1996b). De esta manera, será posible establecer intervalos de confianza para las estimaciones y describir la distribución del estimador en el muestreo. Un ejemplo de este procedimiento se encuentra en Abad y Quilis (1998).

Además, para calcular las probabilidades de la duración del ciclo de forma objetiva, sencilla y contrastable, es conveniente que la distribución empírica se ajuste a una distribución teórica. Por ello, posteriormente se realiza un ajuste de la distribución *bootstrap* de las duraciones al modelo de variable discreta *logit* según el procedimiento descrito en Peña (1987).

² En este trabajo se considera el ciclo en términos de mínimo-Máximo-mínimo, mMm.

El presente trabajo se organiza de la forma siguiente: en la segunda sección se exponen las diversas metodologías estadísticas utilizadas. En la tercera sección se aplican las mismas a la serie del Índice de Producción Industrial, IPI, y se examinan los resultados empíricos obtenidos. A continuación, en la cuarta sección se estima un modelo *logit* para la distribución *bootstrap* de las duraciones. Y finalmente, en la quinta sección se presentan las principales conclusiones alcanzadas.

2. Metodología estadística

2.1 Estimación de la señal cíclica.

El procedimiento utilizado para estimar la señal cíclica de las series temporales consta de tres etapas: corrección de los efectos asociados a las observaciones atípicas y efectos de calendario, extracción basada en modelos ARIMA del componente de ciclo-tendencia y, por último, estimación del ciclo mediante un filtro de paso en banda aplicado a la serie de ciclo-tendencia obtenida en la etapa anterior. A continuación se describe brevemente cada fase, encontrándose en Gómez (1998a) una exposición técnica y en Quilis (1999a) una aplicación completa.

Se considera que la serie temporal observada, en logaritmos, Z_t puede expresarse de acuerdo con la siguiente expresión:

$$[1] \quad Z_t = TD_t + E_t + O_t + N_t ,$$

donde TD_t representa el efecto del ciclo semanal, E_t representa el efecto de la Pascua móvil, O_t representa una combinación de modelos de intervención asociados a factores de tipo extraordinario que afectan a la serie de manera no recurrente y N_t caracteriza el comportamiento estocástico de la serie.

La expresión formal de los efectos de las observaciones atípicas, derivada del análisis de intervención (Box y Tiao, 1975) es:

$$[2] \quad O_t = \sum_{h=1}^k V_h(B) I_t^{T_h} ,$$

donde $I_t^{T_h}$ es una variable binaria de tipo impulso que adopta un valor unitario en la observación T_h y nulo en los restantes, siendo T_h la observación en que tiene lugar el acontecimiento atípico. El filtro $V_h(B)$ recoge los efectos dinámicos asociados a la observación anómala, siendo su expresión general:

$$[3] \quad V_h(B) = \frac{V_h}{1 - \delta B} \quad 0 \leq \delta \leq 1 .$$

Se consideran en este trabajo tres posibilidades: $\delta=0$, atípico aditivo; $\delta=1$, cambio de nivel; y $0 < \delta < 1$, atípico transitorio, asumiéndose por defecto $\delta=0.7$.

Dadas sus características, los atípicos aditivos y transitorios son atribuidos a la señal irregular de la serie y los cambios de nivel se asocian a la tendencia, en ambos casos con un carácter determinista.

La especificación del término estocástico sigue una representación autorregresiva, integrada y de media móviles (ARIMA) de tipo multiplicativo (Box y Jenkins, 1970):

$$[4] \quad N_t = \frac{\theta_q(B)\theta_Q(B^{12})}{\phi_p(B)\phi_P(B^{12})(1-B)^d(1-B^{12})^D} a_t \quad ,$$

donde $\phi_p(B)$ y $\theta_q(B)$ son, respectivamente, polinomios de orden p y q en el operador de desfases B , y $\phi_P(B^{12})$ y $\theta_Q(B^{12})$ son polinomios de orden P y Q en B^{12} . Las expresiones $(1-B)^d$ y $(1-B^{12})^D$ son operadores de diferenciación regular y estacional controlados por los parámetros d y D respectivamente. Por último, a_t es una secuencia de ruido blanco gaussiano con esperanza nula y desviación típica constante σ_a .

A su vez, el término estocástico N_t admite una descomposición según la hipótesis de los componentes subyacentes en ciclo-tendencia (P_t), estacionalidad (S_t) e irregularidad (I_t):

$$[5] \quad N_t = P_t + S_t + I_t \quad .$$

Una vez estimado el modelo ARIMA con análisis de intervención, AI, descrito en [1]-[4], es posible extraer una señal de ciclo-tendencia aplicando filtros de error cuadrático medio mínimo compatibles con dicho modelo ARIMA, siguiendo la propuesta de Maravall (1987, 1993a, 1993b, 1994). De esta forma se obtiene una estimación del componente tendencial adaptada a las propiedades de la serie tal y como vienen recogidas en el modelo ARIMA y, gracias al principio de descomposición canónica, lo más libre posible de elementos irregulares de tipo ruido blanco.

La expresión general de este proceso de filtrado es:

$$[6] \quad \hat{P}_t = V_p(B, F)\hat{N}_t = k_p\Pi(B)\Pi(F)\Psi_p(B)\Psi_p(F)\hat{N}_t$$

donde k_p es un parámetro que normaliza a la unidad la función de ganancia del filtro en la frecuencia cero, $\Pi(B)$ es la expresión autorregresiva del modelo ARIMA de N_t , $\Psi_p(B)$ es la expresión de medias móviles del modelo teórico de la tendencia (compatible con el de N_t) y \hat{N}_t es la estimación del componente estocástico obtenida de eliminar de la serie observada Z_t sus elementos deterministas O_t . Una exposición detallada de estos filtros se encuentra en Maravall (1987).

El componente de ciclo-tendencia así obtenido permite la estimación de una señal cíclica al aplicar a aquél un filtro de paso en banda diseñado desde el dominio de la

frecuencia. Dicho filtro es la adaptación simetrizada de uno de la familia Butterworth, especificado para aproximar con una precisión dada a priori a uno cíclico de tipo ideal. Detalles de este procedimiento se encuentran en Gómez (1998a, 1998b).

De esta forma, la señal cíclica se obtiene según la expresión:

$$[7] \quad \hat{C}_t = H_c(B, F) \hat{P}_t = H_c(B, F) k_p \Pi(B) \Pi(F) \Psi_p(B) \Psi_p(F) \hat{N}_t$$

donde $H_c(B, F)$ es el filtro cíclico mencionado y \hat{C}_t es la señal cíclica.

Este método en dos etapas puede ser interpretado de forma bayesiana y, además, evita la inducción de ciclos espurios y modula la estimación de la señal cíclica en función de las propiedades de baja frecuencia de la serie temporal analizada.

2.2 Remuestreo *bootstrap*.

En cuanto al procedimiento de remuestreo *bootstrap* utilizado, a continuación se expone sucintamente el método propuesto por Künsch (1989).

Sea $Z = \{Z_t : t = 1 \dots T\}$ una serie temporal estacionaria. Esta serie es dividida en $T-b+1$ bloques solapados de igual tamaño b :

$$[8] \quad Y_t = (Z_t, Z_{t+1}, \dots, Z_{t+b}) \quad t = 1 \dots (T-b)$$

La replicación *bootstrap* consiste en formar una nueva serie extrayendo T/b bloques según un esquema de muestreo aleatorio simple con reposición. Repitiendo este proceso H veces se dispone de una colección de series temporales artificiales: $Z^{(h)} = \{Z_t^{(h)} : t = 1 \dots T, h = 1 \dots H\}$.

Si θ es una determinada característica del proceso generador de la serie observada y $\hat{\theta} = S(Z)$ es un estimador, se dispondrá de una distribución *bootstrap* del mismo aplicando $S(\cdot)$ a las H réplicas obtenidas:

$$[9] \quad \hat{\theta}^{(h)} = S(Z^{(h)}) .$$

De esta forma, también puede obtenerse el estimador *bootstrap* de θ :

$$[10] \quad \hat{\theta}^{\text{boot}} = H^{-1} \sum_{h=1}^H \hat{\theta}^{(h)} .$$

En el contexto de este trabajo, Z_t es la señal cíclica estimada, \hat{C}_t , de una serie temporal y θ es la duración de sus ciclos considerados desde un mínimo hasta el siguiente (mMm). Dichos puntos de giro (máximos y mínimos cíclicos) son identificados de forma no paramétrica mediante el programa <F> (Abad y Quilis, 1997).

3. Resultados empíricos.

La metodología expuesta en la sección anterior se va a aplicar al Índice de Producción Industrial, IPI. El intervalo muestral abarca desde 1961:1 hasta 2000:12, resultando 480 observaciones. La serie se ha obtenido de la base de datos Tempus del INE enlazándose para el periodo 1961:1 hasta 1974:12 con los datos de la base MEI de la OCDE. El IPI es el indicador más importante para el seguimiento de las ramas industriales y uno de los más relevantes para la economía en su conjunto.

Los programas utilizados para estimar los modelos ARIMA-AI y para extraer el componente tendencial son, respectivamente, TRAMO y SEATS (Gómez y Maravall, 1996, 1998a).

La modelización ARIMA-AI de series largas y no homogéneas es una tarea delicada. El modelo identificado de forma automática por TRAMO es $(1,1,1)(0,1,1)_{12}$ con un valor estimado para el parámetro AR(1) de 0.15 con un t-ratio de 1.63 lo cual implica que no es significativo y se ha optado por un modelo de "líneas aéreas" $(0,1,1)(0,1,1)_{12}$.

Se examina, a continuación, la estimación de cada componente de la ecuación [1].

- Efecto del ciclo semanal.

Tabla 1: Estimación del efecto del ciclo semanal

Parámetro	Estimación	Desviación típica	t-ratio
Lunes	0.0040	0.0020	1.96
Martes	0.0007	0.0020	0.35
Miércoles	0.0006	0.0020	0.29
Jueves	0.0140	0.0020	6.98
Viernes	0.0022	0.0020	1.10
Sábado	-0.0085	0.0020	-4.23
Duración del mes	0.0276	0.0063	4.36

Examinando la Tabla 1 se aprecia que los efectos diferenciales más notables, a nivel diario, se concentran en los lunes y jueves con signo positivo y en los sábados con signo negativo, observándose también un efecto de la duración del mes con signo positivo.

- Efecto de la Pascua móvil.

Tabla 2: Estimación del efecto de la Pascua móvil

Parámetro	Estimación	Desviación típica	t-ratio
Efecto Pascua	-0.0443	0.0041	-10.81

Se aprecia un efecto negativo muy significativo y de mayor magnitud que los efectos de calendario considerados individualmente.

- Efecto de las observaciones anómalas.

Tabla 3: Estimación del efecto de las observaciones anómalas

Fecha	Tipo	Estimación	Desviación típica	t-ratio
1974:1	Transitorio	0.0830	0.0206	4.04
1974:8	Aditivo	0.1388	0.0196	7.07
1997:4	Aditivo	0.0817	0.0202	4.05

Existen pocos valores atípicos, concentrados en el año 1974, no existiendo ningún cambio de nivel y, por lo tanto, careciendo la tendencia del IPI de un componente determinista en el periodo analizado.

- Componente estocástico: N_t .

El modelo elegido y estimado por TRAMO es el conocido como "líneas aéreas". La estimación del modelo [4] por máxima verosimilitud exacta junto con todos los efectos deterministas descritos antes arroja los siguientes resultados:

Tabla 4: Estimación del modelo ARIMA de la parte estocástica

Parámetro	Estimación	Desviación típica	t-ratio
θ_1	-0.4929	0.0414	-11.89
θ_{12}	-0.2794	0.0453	-6.17
σ_a	0.0281	-	-

Los coeficientes son altamente significativos y no existe problema de correlación entre ellos, pues su coeficiente de correlación es 0.055 .

El análisis de los residuos del modelo estimado ofrece los siguientes resultados:

1. No existen problemas de falta de normalidad como así lo atestigua el contraste de Jarque y Bera:

Tabla 5: Contraste de Jarque y Bera de los residuos del modelo ARIMA

Estadístico	Estimación	Intervalo confianza ($\alpha=5\%$)
Normalidad	0.3141	0.0000 : 5.9915
Asimetría	0.0605	-0.2248 : 0.2248
Curtosis	2.9565	2.5504 : 3.4496

2. El contraste de rachas aplicado a los residuos y a su función de autocorrelación simple no rechaza la hipótesis nula de aleatoriedad de los mismos:

Tabla 6: Contraste de rachas

	Nº de rachas	Intervalo confianza ($\alpha=5\%$)
Autocorrelación	18	12 : 25
Residuos	220	208 : 250

3. Sin embargo, el resultado del estadístico Q de Ljung y Box aplicado a los residuos es contradictorio. Se rechaza la hipótesis nula de ausencia de estructura, con un nivel de significación del 5%, para los retardos superiores a 12 de la función de autocorrelación simple.

Tabla 7: Estadístico Q de Ljung y Box de los residuos

Retardo	Q	Valor crítico ($\alpha=5\%$)
12	16.50	18.31
24	50.61	33.92
36	59.70	48.60

Y, aunque este mismo estadístico Q aplicado a los residuos al cuadrado mejora los p-valores para los retardos superiores a 12, continúa rechazando la hipótesis nula de ausencia de estructura, nivel de significación del 5%, para esos mismos retardos.

Tabla 8: Estadístico Q de Ljung y Box de los residuos al cuadrado

Retardo	Q	Valor crítico ($\alpha=5\%$)
12	17.64	18.31
24	35.39	33.92
36	52.59	48.60

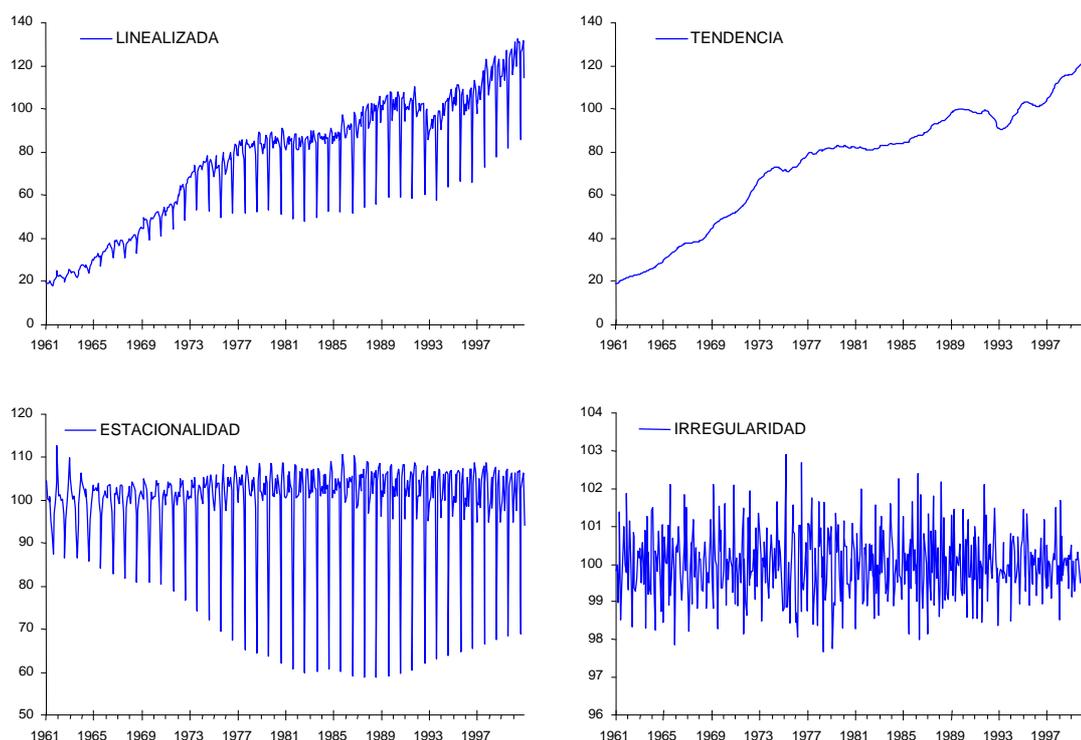
El examen pormenorizado de la función de autocorrelación de los residuos explica este comportamiento. En efecto, los coeficientes en torno al retardo 24 son estadísticamente significativos lo que justifica los resultados señalados en las Tablas 7 y 8. Este comportamiento se debe a la falta de homogeneidad del IPI en un periodo tan amplio (40 años) que es especialmente visible en su pauta estacional (véase el Gráfico 1). Por estas razones, se ha optado, con las cautelas de rigor, por mantener el modelo seleccionado.

El modelo ARIMA-AI identificado, estimado y diagnosticado anteriormente permite realizar una descomposición de la serie del IPI en sus componentes estocásticos subyacentes de tendencia, estacionalidad e irregularidad, según los principios de la descomposición canónica basada en modelos ARIMA de forma reducida, véase Maravall (1987, 1993a, 1993b, 1994) y Gómez y Maravall (1998c), entre otros.

En este caso, una vez utilizado el programa TRAMO como preprocesador de los efectos deterministas (calendario, Pascua móvil y observaciones anómalas), se utiliza el programa SEATS para realizar la extracción de los componentes estocásticos.

En el siguiente gráfico se muestran los componentes estocásticos estimados por el programa SEATS:

**Gráfico 1:
Índice de Producción Industrial: componentes estocásticos subyacentes**

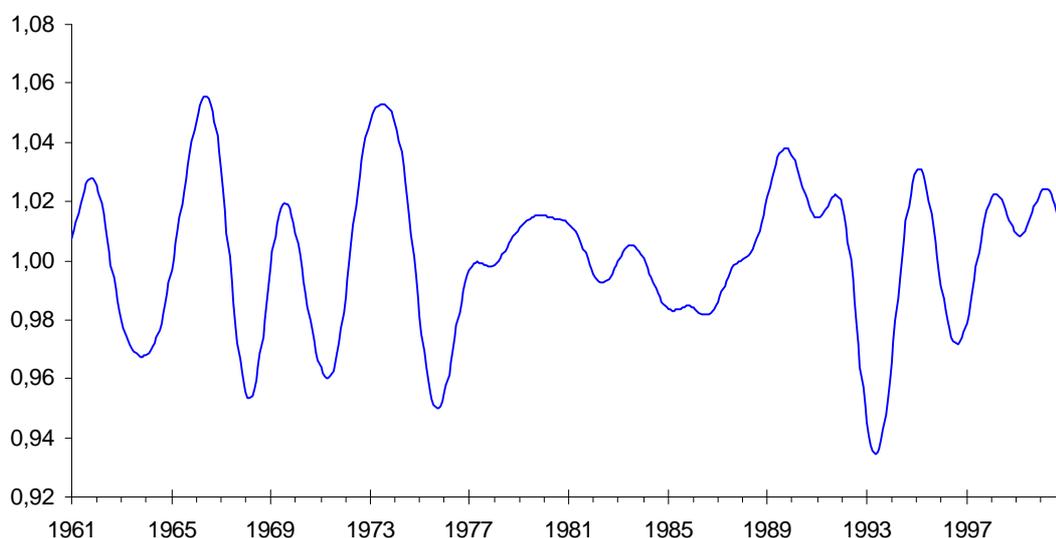


El modelo teórico, obtenido por SEATS, para la tendencia canónica es un IMA(2,2) no invertible:

$$[11] \quad (1-B)^2 P_t = (1+0.099B-0.901B^2) a_{P,t} ; \quad a_{P,t} \text{ iid } (0, 0.0043)$$

El componente estocástico de la tendencia así obtenida permite estimar una señal cíclica para el IPI aplicando un filtro de paso en banda. En este trabajo se utiliza una versión simétrica del filtro de Butterworth de la tangente que selecciona las oscilaciones comprendidas entre dos y ocho años, con tolerancia 0.1 en la banda cíclica y 0.01 en la de rechazo. El programa utilizado para ello ha sido el TRACE (Gómez 1998b). La señal cíclica obtenida se puede observar en el siguiente gráfico:

Gráfico 2: Señal cíclica del IPI



La aplicación del programa de fechado <F> (Abad y Quilis, 1997) directamente a la señal cíclica obtenida permite identificar 21 puntos de giro (11 máximos y 10 mínimos), como se aprecia en el Gráfico 3. En la siguiente tabla se muestran las distintas fases cíclicas según la cronología de puntos de giro identificada por dicho programa.

Tabla 9: Fechado de los puntos de giro

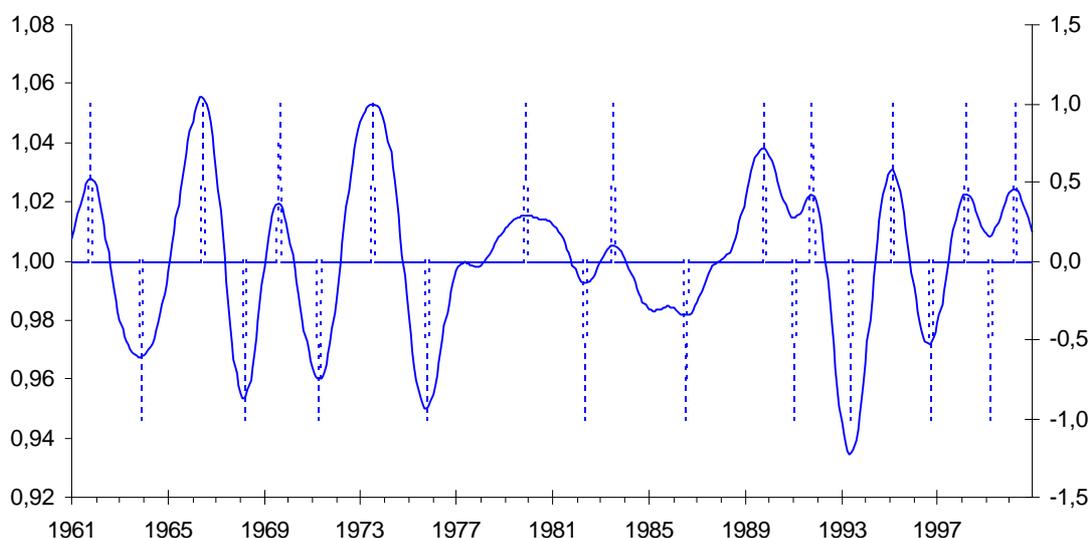
FECHA		DURACION		
Máximo	Mínimo	Máximo	Mínimo	Ciclo
1961:10	1963:11	-	25.0	-
1966:06	1968:03	31.0	21.0	52.0
1969:08	1971:04	17.0	20.0	37.0
1973:07	1975:10	27.0	27.0	54.0
1979:11	1982:05	49.0	30.0	79.0
1983:07	1986:07	14.0	36.0	50.0
1989:10	1991:01	39.0	15.0	54.0
1991:10	1993:05	9.0	19.0	28.0
1995:02	1996:09	21.0	19.0	40.0
1998:03	1999:03	18.0	12.0	30.0
2000:03	-	12.0	-	-
Mediana		19.5	20.5	50.0
Media		23.7	22.4	47.1

La duración asociada a un punto de giro se define como el número de meses transcurridos entre dicho punto de giro y el inmediatamente anterior de signo contrario. Se

observan nueve fluctuaciones completas en términos de mínimo-Máximo-mínimo, mMm, cuya duración mediana y media es de 50 y 47 meses respectivamente.

Gráfico 3: Señal cíclica y puntos de giro

Con el fin de poder realizar inferencias acerca de la duración media del ciclo del IPI,



se realiza un remuestreo *bootstrap* de la serie objeto del fechado siguiendo la propuesta de Künsch (1989) de remuestreo con reposición de bloques solapados.

La elección del tamaño del bloque, b , es uno de los aspectos críticos de la propuesta de Künsch. Por ello, se toma como tamaño del bloque una medida de su patrón de recurrencia: la mediana, por ser este estadístico más robusto que la media para una sola muestra. La duración mediana del ciclo es de 50 meses y la suma de las duraciones medianas de los máximos y mínimos es de 40 meses. Se opta por elegir un tamaño del bloque intermedio: $b=45$.

En este trabajo se han efectuado $H=1000$ réplicas *bootstrap* de la señal cíclica obtenida, considerando bloques solapados de 45 observaciones. Cada una de estas réplicas ha sido fechada con el programa <F> y se han tabulado las duraciones del ciclo mMm en términos medios.

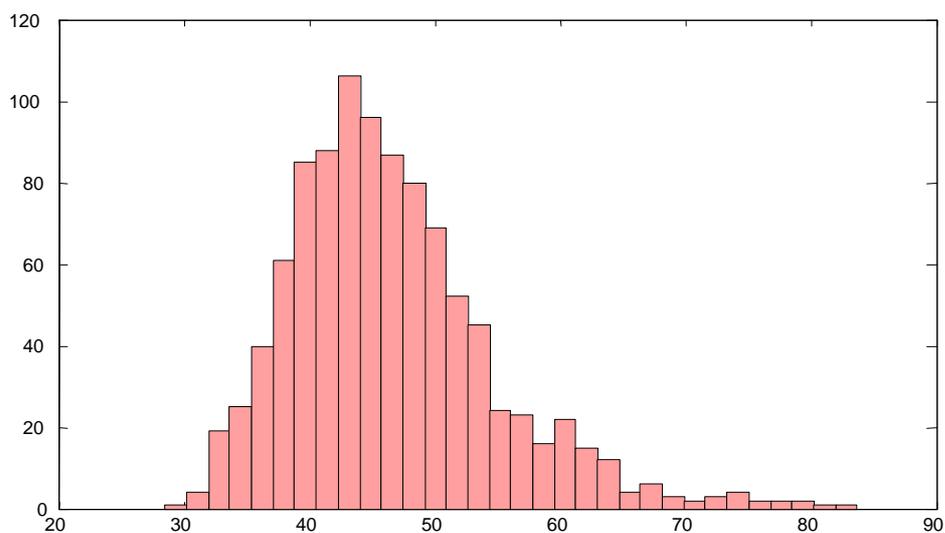
Los principales estadísticos de la distribución *bootstrap* de la duración media de los ciclos mMm aparecen en la tabla siguiente.

Tabla 10: Ciclo *bootstrap*

Estadístico	Valor
Media	46.57
Mediana	45.34
Máximo	83.67
Mínimo	28.53
Desviación típica	8.21
Rango intercuartil	9.81

En el gráfico siguiente se muestra el histograma de la distribución *bootstrap* de la duración mMm de los ciclos.

Gráfico 4: Histograma de la distribución *bootstrap* de las duraciones cíclicas



A la vista del histograma, se aprecia que la distribución *bootstrap* es unimodal y se intuye que es asimétrica y leptocúrtica, por tanto no sería gaussiana. Para verificarlo se realiza el contraste de normalidad de Jarque y Bera.

Tabla 11: Contraste de Jarque y Bera de la distribución *bootstrap*

Estadístico	Estimación	Intervalo confianza ($\alpha=5\%$)
Normalidad	323.5998	0.0000 : 5.9915
Asimetría	1.0628	-0.1518 : 0.1518
Curtosis	4.8024	2.6964 : 3.3036

Los resultados del contraste de normalidad de Jarque y Bera (Tabla 11) son contundentes: la distribución *bootstrap* no es normal, es muy asimétrica por la derecha y bastante leptocúrtica. Este resultado se puede comprobar gráficamente comparando la función de densidad estimada con función *kernel* gaussiana frente a la distribución normal como se muestra en el Gráfico 5.

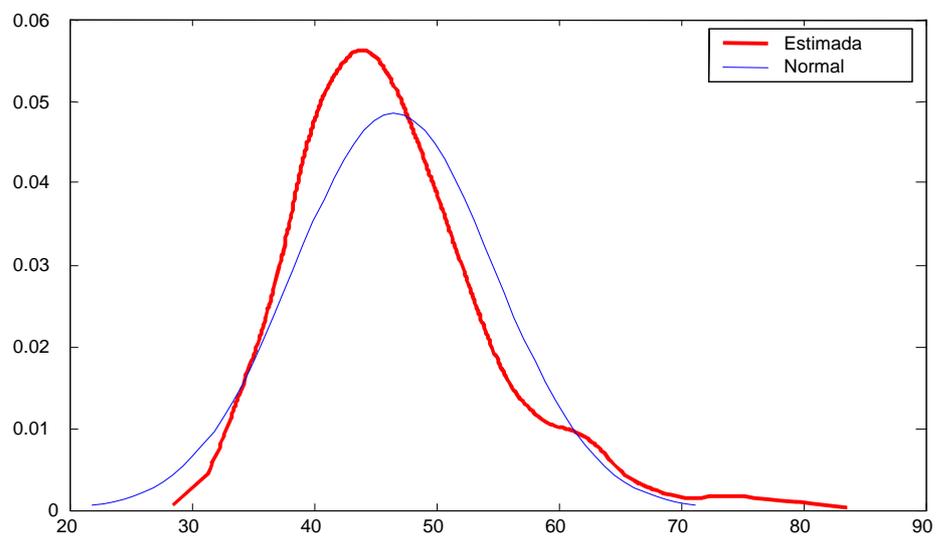
Como la distribución *bootstrap* no es normal, el cálculo de intervalos de confianza de la duración del ciclo mMm se realiza por medio de los percentiles. En la siguiente tabla aparecen los más importantes.

Tabla 12: Percentiles de la distribución *bootstrap*

%	5	10	25	50	75	90	95
percentil	35.50	37.67	40.80	45.34	50.61	57.29	62.34

Así, el intervalo *bootstrap* del 50% es [40.80 – 50.61] que engloba ampliamente la estimación media inicial de 47.1 meses, resultado de aplicar el programa <F> a la serie original de la señal cíclica, siendo además esta estimación inicial muy semejante a la estimación *bootstrap* de la duración media de los ciclos mMm, 46.6 meses.

Gráfico 5: Funciones de densidad



4. Modelo *logit* de probabilidad.

Para calcular las probabilidades de la duración media del ciclo de forma objetiva, sencilla y contrastable, es conveniente que las distribuciones empíricas se ajusten a una distribución teórica. En esta sección se demuestra que la distribución *bootstrap* de las duraciones puede aproximarse al modelo de variable discreta *logit*.

Para realizar este ajuste, se consideran los pares (x_i, y_i) donde x_i representa la duración del ciclo e y_i es una variable dicotómica que toma el valor uno si la duración del ciclo no ha sido superior a x_i meses y cero en otro caso. A estos pares se les asocia una probabilidad p_i tal que:

$$[12] \quad p_i = \text{Pr ob}(y_i = 1) = \text{Pr ob}(\text{Duración} \leq x_i)$$

es decir, p_i es la probabilidad de que el ciclo dure x_i meses o menos.

La ecuación de la curva logística de probabilidad tiene la expresión:

$$[13] \quad p_i = \frac{1}{1 + \exp(-\beta_0 - \sum_{k=1}^m \beta_k \cdot x_i^k)}$$

y en su forma lineal, el llamado modelo *logit*, es:

$$[14] \quad \log\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) = \beta_0 + \sum_{k=1}^m \beta_k \cdot x_i^k + \varepsilon_i$$

donde $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_m$ son los coeficientes de regresión, x_i^k son las variables explicativas, tomando en este trabajo $m=3$, y ε_i es un término de error.

Tomando la distribución empírica de las duraciones y realizando los cálculos con el paquete informático SAS, el modelo *logit* estimado es:

$$[15] \quad p = \frac{1}{1 + \exp(33.2957 - 1.4936 \cdot x + 0.0224 \cdot x^2 - 0.0001 \cdot x^3)}$$

Los contrastes sobre los coeficientes de regresión de forma individual, con la hipótesis nula de que los coeficientes de regresión valen cero, se rechaza para cada uno de ellos, incluso con niveles de significación menores que $\alpha=0.05$, como se puede observar en la siguiente tabla.

Tabla 13: Contrastes de los coeficientes de regresión

Coeficiente	Estimación	Error de muestreo	t-ratio	p-valor
β_0	-33.2957	0.6020	-55.3120	0.0000
β_1	1.4936	0.0371	40.2806	0.0000
β_2	-0.0224	0.0008	-29.6679	0.0000
β_3	0.0001	0.0000	24.5393	0.0000

El contraste sobre el ajuste del modelo, con la hipótesis nula de que no existen diferencias significativas entre las probabilidades observadas y las estimadas, realizado con el estadístico *deviance* no deja lugar a dudas sobre la bondad del ajuste realizado, confirmando de forma global los contrastes individuales, también, incluso con niveles de significación menores que $\alpha=0.05$, según se aprecia en la Tabla 14.

Tabla 14: Contraste sobre la bondad del ajuste

Deviance	g.l.	$\chi^2_{(0.05)}$	p-valor
217.2	996	1070.5	1.0000

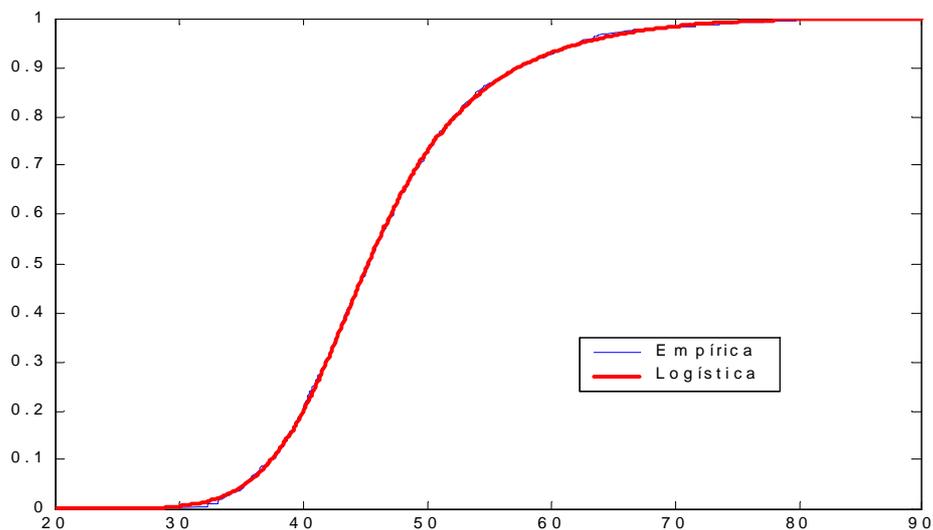
Y, el test de Kolmogorov-Smirnov, con la hipótesis nula de que la duración del ciclo tiene una distribución logística, con un nivel de significación $\alpha=0.05$ viene a corroborar todo ello como se desprende de los resultados de la siguiente tabla.

Tabla 15: Test de Kolmogorov-Smirnov

Estadístico	Nivel crítico ($\alpha=0.05$)	p-valor
0.0133	0.0428	0.9940

Además, comparando la función de distribución empírica de las duraciones con las probabilidades obtenidas por el modelo de regresión *logit* estimado, se observa que el ajuste es muy bueno como así lo atestigua el siguiente gráfico.

Gráfico 6: Funciones de distribución



Como se ha dicho, con el modelo de regresión de variable discreta *logit* ajustado, se pueden calcular de forma más objetiva, sencilla y contrastable las probabilidades de la duración del ciclo mMm del IPI y las probabilidades de finalización del mismo (probabilidades condicionadas). En la siguiente tabla se muestran algunas probabilidades de finalización calculadas con el modelo estimado.

Tabla 16: Probabilidades de finalización del ciclo

		Meses transcurridos desde el último mínimo				
		30	36	42	48	54
Meses hasta el próximo mínimo	6	0.0570	0.2600	0.4875	0.5595	0.5621
	12	0.3022	0.6208	0.7742	0.8071	0.8183
	18	0.6424	0.8329	0.9011	0.9200	0.9371
	24	0.8425	0.9268	0.9590	0.9723	0.9848
	30	0.9310	0.9696	0.9858	0.9931	0.9976

5. Conclusiones

En primer lugar, de este trabajo se obtienen las siguientes conclusiones generales:

- La combinación de métodos de descomposición de series temporales basados en modelos y de filtros fijos de tipo Butterworth ofrece una interesante perspectiva aplicada, debido a las buenas propiedades de la señal cíclica estimada: suavidad, nitidez, homogeneidad y representación espectral.
- El remuestreo *bootstrap* constituye una forma sencilla de afinar el análisis cíclico, al menos como una primera aproximación. En particular, la información que proporciona posibilita el ajuste de modelos *logit* que ofrecen una estimación de la probabilidad de un nuevo punto de giro, esto es, de la finalización del ciclo a unos meses vista.

Como conclusiones específicas más importantes del trabajo se señalan las siguientes:

- El componente estacional del IPI presenta una falta de homogeneidad. El valor reducido del coeficiente estacional del modelo ARIMA ($\theta_{12} = -0.2794$) indica una gran variabilidad de la estacionalidad, distinguiéndose dos grandes etapas. La primera abarca el periodo de 1961 a 1973 y se caracteriza por ser la estacionalidad del mes de agosto no inferior al 80% respecto de la media. En la segunda, de 1974 a 2000, esta variación es inferior al 80% y cabe señalar que, a partir de 1985, la estacionalidad en el resto del año es más acusada que en los años anteriores.
- El ciclo del IPI puede ser caracterizado, en mediana, por unas fases de expansión y de recesión de 20 meses de duración, aproximadamente simétricas. La duración media *bootstrap* del ciclo completo se cifra en 47 meses, al que se puede asociar el intervalo de masa del 50% [41 – 51].
- La pauta cíclica es relativamente heterogénea. El coeficiente regular del modelo ARIMA no presenta un valor elevado ($\theta_1 = -0.4929$), esto muestra que la tendencia es relativamente inestable, presentando tres tramos bien diferenciados en su pendiente, lo que a su vez origina otras tantas etapas en la señal cíclica. Estas son:
 - 1961 – 1975: se caracteriza por presentar ciclos regulares, muy nítidos y homogéneos.
 - 1976 – 1986: representada por una débil señal cíclica y que se corresponde con una tendencia constante y de poca pendiente.
 - 1987 – 2000: los ciclos son nítidos pero heterogéneos tanto en duración como en amplitud.

Referencias

Abad, A. y Quilis, E.M. (1996a), "The Spanish System of Cyclical Indicators: methodology, structure, and main results", OCDE Leading Indicators Meeting, October, 17-18, París (disponible en www.oecd.org/std).

Abad, A. y Quilis, E.M. (1996b) "<F> y <G>: dos programas para el análisis cíclico. Aplicación a los agregados monetarios", Boletín Trimestral de Coyuntura, n. 62, p. 63-103.

Abad, A. y Quilis, E.M. (1997) "Programas de análisis cíclico: <F> , <G> y <FDESC>. Manual del usuario", Instituto Nacional de Estadística, Documento Interno (disponible en www.ine.es).

Abad, A. y Quilis, E.M. (1998) "Utilización del *bootstrap* para caracterizar las propiedades cíclicas de una serie temporal", Boletín Trimestral de Coyuntura, n. 67, p. 81-90 (disponible en www.ine.es).

Box, G.E.P. y Jenkins, G.M. (1970) Time series analysis, forecasting and control, Holden Day, San Francisco, U.S.A.

Box, G.E.P. y Tiao, G.C. (1975) "Intervention analysis with applications to economic and environmental problems", Journal of the American Statistical Association, vol. 70, n. 349, p. 177-193.

Burman, J.P. (1980) "Seasonal adjustment by signal extraction", Journal of the Royal Statistical Society, series A, n. 143, p. 321-337.

Carlstein, E. (1986) "The use of subseries methods for estimating the variance of a general statistic stationary time series", Annals of Statistics, vol. 14, p. 1171-1179.

Chang, I., Tiao, G.C. y Chen, C. (1988) "Estimation of time series parameters in the presence of outliers", Technometrics, vol. 30, n. 2, p. 193-204.

Chen, C. y Liu, L.M. (1991) "Joint estimation of model parameters and outlier effects in time series", Scientific Computing Associates Corporation, Working Paper n. 126.

Chen, C., Liu, L.M. y Hudak, G.B. (1990) "Outlier detection and adjustment in time series modeling and forecasting", Scientific Computing Associates Corp., Documento Interno.

Hillmer, S.C. y Tiao, G.C. (1982) "An ARIMA model-based approach to seasonal adjustment", Journal of the American Statistical Association, vol. 77, n. 377, p. 63-70.

Hillmer, S.C., Bell, W. y Tiao, G.C. (1983) "Modeling considerations in the seasonal adjustment of economic time series", en Zellner, A. (Ed.) Applied time series analysis of economic data, U.S. Department of Commerce, Bureau of the Census, Washington, U.S.A.

Gómez, V. (1998a) "Butterworth filters: a new perspective", Ministerio de Economía y Hacienda, Documento de Trabajo n. D-98008.

Gómez, V. (1998b) "Program TRACE. Instructions for the user", Ministerio de Economía y Hacienda, Documento Interno.

Gómez, V. y Maravall, A. (1996) "Programs TRAMO and SEATS", Banco de España, Documento de Trabajo n. 9628 (disponible en www.bde.es).

Gómez, V. y Maravall, A. (1998a) "Guide for using the programs TRAMO and SEATS", Banco de España, Documento de Trabajo n. 9805 (disponible en www.bde.es).

Gómez, V. y Maravall, A. (1998b) "Automatic modeling methods for univariate series", Banco de España, Documento de Trabajo n. 9808.

Gómez, V. y Maravall, A. (1998c) "Seasonal adjustment and signal extraction in economic time series", Banco de España, Documento de Trabajo n. 9809.

INE (1994) Un sistema de indicadores cíclicos para la economía española: Índices sintéticos de adelanto, coincidencia y retraso, Instituto Nacional de Estadística, Madrid.

Künsch, H.R. (1989) "The jackknife and the *bootstrap* for general stationary observations", The Annals of Statistics, vol. 17, n. 3, p. 1217-1241

Maravall, A. (1987) "Descomposición de series temporales. Especificación, estimación e inferencia", Estadística Española, vol. 29, n. 114, p. 11-69.

Maravall, A. (1993a) "Stochastic linear trends. Models and estimators", Journal of Econometrics, n. 56, p. 5-37.

Maravall, A. (1993b) "Short-term analysis of macroeconomic time series", European University Institute, Working Paper ECO n. 95/9.

Maravall, A. (1994) "Unobserved components in economic time series", en Pesaran, H., Schmidt, P. y Wickens, M. (Eds.) The handbook of applied econometrics, vol. 1, Basil Blackwell, Oxford, U.K.

Peña, D. (1987) Estadística Modelos y Métodos: 2. Modelos lineales y series temporales, Alianza Universidad Textos, Madrid.

Quilis, E.M. (1999a) "Índice de disponibilidades de bienes de equipo: modelización ARIMA-AI, componentes subyacentes y patrón cíclico", Boletín Trimestral de Coyuntura, n. 71, p. 110-139 (disponible en www.ine.es).

Quilis, E.M. (1999b) "Nota sobre la relación cíclica entre los índices de precios de consumo (IPC) e industriales (IPRI)", Boletín Trimestral de Coyuntura, n. 73, p. 141-157 (disponible en www.ine.es).

Tsay, R.S. (1986) "Time series model specification in the presence of outliers", Journal of the American Statistical Association, vol. 81, n. 393, p. 132-141.

Tsay, R.S. (1988) "Outliers, level shifts, and variance changes in time series", Journal of Forecasting, vol. 7, p. 1-20.