



# Oposición al Cuerpo Superior de Estadísticos de Estado

# Segundo Ejercicio

Convocatoria de la oferta pública de empleo de 2023

Resolución de 14 de diciembre de 2023, de la Subsecretaría, por la que se convocan procesos selectivos para ingreso, por el sistema de acceso libre y promoción interna, en el Cuerpo Superior de Estadísticos del Estado. (BOE 27 de Diciembre de 2023)

**Cuestión 1.** En una población formada por N=8 unidades  $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ , se considera un diseño muestral que genera las siguientes muestras posibles:

$$p(\{1,3,5,6\}) = \frac{1}{8};$$
  $p(\{1,4,6,8\}) = \frac{1}{8};$   $p(\{4,5,7,8\}) = \frac{1}{8};$   $p(\{2,3,7,8\}) = \frac{1}{4};$   $p(\{2,4,6,8\}) = \frac{3}{8}$ 

Se pide:

- a) Calcular las probabilidades de inclusión de primer orden,  $\pi_i$ , de todos los elementos de la población.
- b) El diseño de la muestra, ¿es aleatorio simple sin reemplazamiento, aleatorio simple estratificado o ninguno de ellos? Razonar la respuesta.
- c) Si los tamaños de estas 8 unidades son  $\{100, 40, 40, 20, 20, 10, 5, 5\}$  respectivamente, ¿podría aplicarse un diseño muestral sin reposición, con tamaño n = 4, de manera que las  $\pi_i$  sean proporcionales a sus tamaños? Justifique su respuesta.

Cuestión 2. La función de densidad conjunta de las variables (X,Y) es la siguiente:

$$f_a(x,y) = a^2 e^{a(x+y)}, x \ge 0, y \ge 0.$$

Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño n.

- a) Calcule el estimador máximo verosímil del parámetro a.
- b) Utilice dicho estimador para obtener  $\hat{a}$  a partir de la información muestral recogida en la siguiente tabla:

## Cuestión 3.

- a) Sea un sistema de representación numérica de enteros con 8 bits.
  - Expresar el número decimal −39, en representación binaria utilizando formatos signomagnitud (con primer dígito para signo), complemento a 1 y complemento a 2. El dígito de signo se representa como 1 negativo y 0 positivo.
  - Si un número binario en complemento a 2 se representa como 10101010, ¿cuál es su valor decimal?.
  - ¿Cuál es el entero mínimo y máximo representables en complemento a 2 en este sistema (que incluye bit de signo)?.
- b) En un sistema binario (sin bit para signo), ¿a qué valor decimal exacto equivale el número 110101,111?
- c) ¿Cuál es el valor decimal exacto del número binario  $0, 10101101101... = 0, 10\widehat{101}$ ?

Cuestión 4. Complete las diez casillas marcadas en la siguiente tabla de mortalidad, indicando la fórmula utilizada en cada caso o razonando la respuesta si no es necesario aplicar ninguna fórmula.

	n <b>q</b> x	n <b>l</b> x	n <b>d</b> x	nLx	n <b>T</b> x	n <b>e</b> x	nax
0 años	1,8246	100.000,00	182,46	99.859,10	g	83,23	i
De 1 a 4 años	0,4937	99.817,54	49,28	е	8.223.335,74	82,38	0,2768
De 5 a 9 años	a	99.768,26	33,45	498.759,90	7.824.208,14	78,42	0,5133
De 10 a 14 años	0,3820	99.734,81	38,10	498.585,83	7.325.448,24	73,45	0,5369
De 15 a 19 años	1,0772	99.696,71	107,39	498.197,46	6.826.862,41	68,48	0,4672
De 20 a 24 años	1,6008	99.589,32	159,42	497.563,59	6.328.664,95	63,55	0,5195
De 25 a 29 años	1,3157	99.429,90	130,82	496.837,63	5.831.101,36	58,65	0,5232
De 30 a 34 años	2,3522	99.299,08	233,57	495.948,73	5.334.263,73	53,72	0,5319
De 35 a 39 años	3,4211	99.065,51	338,91	494.551,62	4.838.315,00	48,84	0,5421
De 40 a 44 años	4,5478	98.726,60	448,99	492.563,95	4.343.763,38	44,00	0,5238
De 45 a 49 años	8,0801	98.277,61	794,09	f	3.851.199,43	39,19	0,5401
De 50 a 54 años	13,7566	97.483,52	1.341,04	484.447,87	3.361.637,39	34,48	0,5571
De 55 a 59 años	23,8322	96.142,48	2.291,29	475.372,55	2.877.189,52	29,93	0,5339
De 60 a 64 años	34,7539	93.851,19	3.261,69	461.721,45	2.401.816,97	25,59	0,5380
De 65 a 69 años	50,7729	90.589,50	4.599,49	442.359,47	1.940.095,52	h	0,5396
De 70 a 74 años	73,6006	85.990,01	d	415.013,80	1.497.736,05	17,42	0,5280
De 75 a 79 años	121,5686	С	9.684,29	376.070,32	1.082.722,25	13,59	0,5408
De 80 a 84 años	204,4377	69.976,80	14.305,90	317.073,42	706.651,93	10,10	0,5413
De 85 a 89 años	374,6874	55.670,90	20.859,18	228.407,19	389.578,51	7,00	0,5211
De 90 a 94 años	592,7031	34.811,72	20.633,01	119.639,04	161.171,32	4,63	0,4725
95 y más años	b	14.178,71	14.178,71	41.532,28	41.532,28	2,93	j

Cuestión 5. Teniendo en cuenta la siguiente información contable correspondiente a una economía para un determinado año T (datos en miles de millones EUR):

Remuneración de los asalarados residentes	660
siendo de empleadores no residentes	18
Remuneración de los asalariados no residentes por empleadores residentes	15
Otros impuestos menos subvenciones sobre la producción	13
Saldo de intercambios exteriores de bienes y servicios	-20
Consumo colectivo efectivo	112
Transferencias sociales en especie	
Renta disponible ajustada bruta del Sector Hogares	
Ahorro bruto del Sector Hogares	75

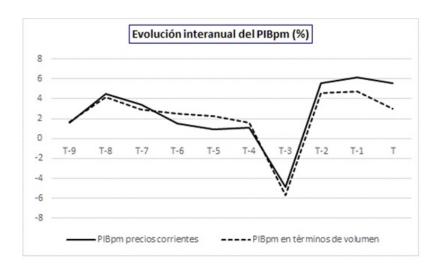
a) Elabore el siguiente cuadro macroeconómico (en hoja aparte):

	(miles de millones EUR)	ANO T
PRODUCTO INTERIOR BRUTO A P	RECIOS DE MERCADO	1)
Demanda		
Gasto en consumo final		
Gasto en consumo final de los h	ogares	
Gasto en consumo final de las IS	FLSH	15
Gasto en consumo final de las A	APP	
Formación bruta de capital		294
Exportaciones de bienes y servic	ios	
Importaciones de bienes y servi	cios	540
Oferta		
Agricultura, ganadería, silvicultu	ıra y pesca	33
Industria		158
Construcción		
Servicios		922
Impuestos menos subvenciones	sobre los productos	
Rentas		
Remuneración de los asalariado	s	
Excedente de explotación bruto	/ Renta mixta bruta	
Impuestos menos subvenciones	sobre la producción	133
y las importaciones		133

Suponiendo que, en ese año, el ajuste por la variación de los derechos por pensiones no es significativo.

- b) Indique cómo se vería afectado el cuadro anterior si, además, se producen conjuntamente las siguientes transacciones económicas:
  - 1) Reducción del tipo del IVA en productos energéticos, que provoca un descenso de 2 miles de millones EUR en los ingresos de las AAPP.

- 2) Aumento del servicio producido por personal doméstico remunerado en 3 miles de millones EUR.
- 3) Disminución de la aportación del hogar al pago de medicamentos con receta en 5 miles de millones EUR.
- c) Atendiendo al siguiente gráfico, ¿qué se podría decir de la variación del deflactor implícito del PIB en los últimos 10 años en esta economía?



Cuestión 6. Para el estudio del comportamiento medio de una determinada caracterísica cuantitativa Y en una población, se propone aplicar un muestreo aleatorio estratificado.

La población ha sido agrupada en tres estratos de acuerdo a su edad: menos de 20 años, de 20 a 49 años y de 50 o más años. La información de la que se dispone de los estratos es la siguiente:

Estrato	Tramos edad	$N_h$	$\bar{Y}_h$	$S_h^2$
1	De 0 a 20 años	150	20	36
2	De 20 a 49 años	250	35	144
3	De 50 o más años	200	60	256

#### Donde:

- $N_h$ = Número de personas en el estrato h.
- $\bar{Y}_h$ = Valor medio de la característica en el estrato h.
- $S_h^2$  = Cuasivarianza poblacional de Y en el estrato h.

Se realiza un muestreo sin reemplazamiento y con probabilidades iguales en cada estrato. Se pide:

- a) Obtener la cuasivarianza poblacional de Y. ¿Que proporción supone la variación interestrato de la variación total?
- b) Comentar a la vista de los resultados obtenidos en el apartado anterior, si la variable de estratificación es apropiada en términos de ganancia en precisión.
- c) Calcular el tamaño muestral necesario, para que siendo una muestra autoponderada, se obtenga una varianza para el estimador de la media de 1,45. Asimismo, calcular los tamaños muestrales en los estratos.

Cuestión 7. Considere que la esperanza condicional de una variable dependiente y es la siguiente

$$E(y|x_1, x_2) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_1 x_2,$$

donde las variables son continuas.

- a) Calcule qué efecto esperado (efecto parcial) sobre y tiene un cambio de una unidad en la variable  $x_1$ , considerando que  $x_2$  permanece constante.
  - b) Si dispusiera de una muestra de tamaño n, y quisiera estimar el siguiente modelo

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{1i} x_{2i} + u_i, i = 1, ..., n,$$

donde los errores  $u_i$  no son observables, ¿cómo se deduciría y cuál sería la expresión del estimador de mínimos cuadrados ordinarios de  $\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)^T$ ?

### Cuestión 8.

a) Elabore la sucesión de cuentas corrientes y de capital del sector Hogares de la página siguiente, que corresponde a una economía para un año T, teniendo en cuenta la información (en miles de millones EUR) para el total de la economía que aparece en esta tabla:

Formación bruta de capital	294
Consumo colectivo efectivo	110
Transferencias sociales en especie (TSE)	182
Remuneración de los asalariados por empleadores residentes	655
de la cual, a asalariados no residentes	12
Remuneración de los asalariados residentes por empeadores no residentes	15
Excedente de Explotación Bruto	450
Saldo de intercambios exteriores de bienes y servicios	-18
Impuestos menos subvenciones sobre la producción y las importaciones	133
Cotizaciones Sociales netas (total empleos)	198
Prestaciones Sociales distintas de las TSE (total recursos)	250
Saldo de la Cuenta de Explotación de la rama servicios de alquiler de las	
viviendas ocupadas por sus propietarios	80

Se considera que, para esta economía, las adquisiciones menos cesiones de activos no producidos son despreciables en el año T.

- b) Responda a las siguientes cuestiones:
  - 1) ¿Cuál sería la tasa de ahorro de los hogares en el año T? Interprete el resultado.
  - 2) ¿Qué se podría concluir de su Capacidad / necesidad de financiación?
  - 3) Si para dicha economía se realiza una nueva estimación del importe de los servicios de alquileres imputados de las viviendas ocupadas por sus propietarios para ese año, y el resultado supera en 5 miles de millones EUR a la actual, ¿qué saldos y operaciones se verían modificados a la luz de esta nueva información?

Empleos	Código	Operaciones y otros flujos y saldos contables	Recursos
S.14			S.14
Hogares			Hogares
	P.1	Producción	36
	P.11	Producción de mercado	260
	P.12	Producción para uso final propio	10
98	P.2	Consumos intermedios	
	B.1b/	Valor añadido bruto/	
	P.51c <b>B.1n</b> /	Consumo de capital fijo  Valor añadido neto/	
II 4 4 County de soulete elém		valor anadido neto/	
II. 1.1 Cuenta de explotación			
		*b Valor añadido bruto / Producto interior bruto	
		*n Valor añadido neto / Producto interior neto	
40	D.1		
10	D.2		
-3	D.3 <b>B.2b</b>	For a dente de conteta di la bonta	
	B.3b	Excedente de explotación bruto	
		Renta mixta bruta In Excedente de explotación neto / Renta mixta neta	
	No. 100 Personal Property of the Control of the Con	The state of the s	
II. 1.2 Cuenta de asignación o	de la rent	a primaria	
	B.2b	Excedente de explotación bruto	
	B.3b	Renta mixta bruta	
	B.2n/B.3	n Excedente de explotación neto / Renta mixta neta	
	D.1	Remuneración de los asalariados	
10	D.4	Rentas de la propiedad	52
		*I Saldo de rentas primarias bruto	
	B.5n/B.5	*ı Saldo de rentas primarias neto	
II. 2 Cuenta de distribución s	ecundaria	a de la renta	
	B.5b/B.5	*b Saldo de rentas primarias bruto / Renta nacional bruta	
		*n Saldo de rentas primarias neto / Renta nacional neta	
135	D.5	Impuestos corrientes sobre la renta, el patrimonio, etc.	
100	D.61	Cotizaciones sociales netas	
1	D.62	Prestaciones sociales distintas de las TSE	
96	D.7	Otras transferencias corrientes	84
	B.6b	Renta disponible bruta	
	B.6n	Renta disponible neta	
II. 4.1 Cuenta de utilización d	le la renta	disponible	
	B.6b	Ponta dianonible bruta	
	B.6n	Renta disponible bruta	
	P.3	Renta disponible neta Gasto en consumo final	
	D.8	Ajuste por la variación de los derechos por pensiones	-2
	B.8b	Ahorro bruto	
	B.8n	Ahorro neto	
	D.011		
		Cuenta de capital	
III. 1.1 Cuenta de variaciones	del patri	monio neto debidas al ahorro y a las transferencias de capita	al
	B.8n	Ahorro neto	
	D.9r	Transferencias de capital, a cobrar	3
	D.9p	Transferencias de capital, a pagar	-5
	B.10.1	Variaciones del patrimonio neto debidas al ahorro y a las	
III 1 2 Cuenta de administra	or do set	transferencias de capital	
III. 1.2 Cuenta de adquisicion	ies de act		
	B.10.1	Variaciones del patrimonio neto debidas al ahorro y a las transferencias de capital	
60	P.5g	Formación bruta de capital	
00	- 0		

P.51c

B.9

Consumo de capital fijo

Capacidad(+)/Necesidad(-) de financiación

-40