

**CUESTIÓN 1:**

Sea  $X$  una variable aleatoria con ley de probabilidad definida como

$$P_{\theta}(x) = \left(\frac{\theta}{2}\right)^{|x|}(1 - \theta)^{1-|x|}, \quad x = -1, 0, 1; \quad 0 \leq \theta \leq 1$$

Y sea  $X_1, X_2, \dots, X_n$  una muestra aleatoria simple de ella. Resolver razonadamente las siguientes cuestiones:

a) Encontrar el estimador de máxima verosimilitud para  $\theta$  y obtener la estimación que tendríamos con él si para 20 observaciones de  $X$  se obtienen frecuencias  $n_1 = 7, n_2 = 5, n_3 = 8$  para los valores -1, 0 y 1, respectivamente.

b) Encontrar el estimador para  $\theta$  por el método de los momentos y analizar si es insesgado. Obtener la estimación de  $\theta$  que propone este estimador para la muestra descrita en el apartado a).

c) Obtener la varianza para ambos estimadores y discutir, para aquel que sea insesgado, si es de mínima varianza.

**CUESTIÓN 2:**

En un laboratorio se llevan a cabo ensayos clínicos para comprobar la eficacia de algunos fármacos sobre el control del peso y se sospecha que hay dos de ellos que son equivalentes en cuanto a los efectos que producen. Supongamos que se disponen de las siguientes muestras de pesos medidos en libras.

	Participantes								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Muestra 1	132	139	126	114	122	132	142	119	126
Muestra 2	124	141	118	116	114	132	145	123	121

Resolver razonadamente si los datos nos sugieren rechazar dicha sospecha a un nivel  $\alpha = 0,01$  en las siguientes situaciones:

a) Las muestras 1 y 2, corresponden al peso de las mismas 9 personas adultas, después de administrarle a cada una de ellas los 2 tratamientos. Para ello, se ha diseñado el ensayo de forma que el participante  $i$ -ésimo estuviera en idénticas condiciones clínicas (con un peso de partida  $p_i$  idéntico) cuando se le administró uno y otro tratamiento.

b) Suponiendo que las muestras 1 y 2 corresponden a 18 personas en una misma situación clínica de partida (con un mismo peso de partida  $p$ ). Se les divide al azar en dos grupos de 9 de personas cada uno de ellos, y a cada grupo se les administra uno y solo uno de los dos fármaco.

c) Interpretar las discrepancias observadas entre las metodologías de resolución de los apartados a) y b), y de cómo se concretan con las muestras analizadas.

Si fuera necesario, admitir normalidad para la variable peso y homocedasticidad para la variabilidad que presenta por grupo.

**CUESTIÓN 3:**

A) En una población con 5.000 viviendas, determinar el tamaño muestral necesario para que, con un nivel de confianza del 95 % ( $F_{N(0,1)}^{-1}(1 - \frac{0,05}{2}) = 1,96$ ), la estimación de la proporción de viviendas en alquiler no difiera en más del 0,1 del valor verdadero. El muestreo se realiza sin reposición. No tenemos información sobre la proporción poblacional  $P$  de viviendas en alquiler y por tanto se supone que  $P = 1/2$ .

B) La población de las 5.000 viviendas se estratifica en 3 grupos. Repartir el tamaño muestral obtenido en el apartado A) entre los estratos aplicando una afijación de mínima varianza o de Neyman y aplicando una afijación proporcional. Para ello se conoce el número de viviendas por estrato ( $N_h$ ) y la proporción de viviendas de alquiler por estrato ( $P_h$ ). Comentar los resultados.

$N_h$	$P_h$
2500	0,8
2500	0,5
500	0,1

**CUESTIÓN 4:**

Sea una población de 500 empresas con un total de 6.000 de asalariados. Se toma una muestra aleatoria simple sin reemplazamiento de 25 empresas con el objetivo de estimar el total de la cifra de negocios. Se denota por  $y_i$  la cifra de negocios de la empresa  $i$ , en miles de euros y  $x_i$  el número de asalariados de la empresa  $i$ . Los datos disponibles son:

$$\sum_{i=1}^{25} x_i = 265; \sum_{i=1}^{25} y_i = 710; \sum_{i=1}^{25} x_i y_i = 9.772; \sum_{i=1}^{25} x_i^2 = 4.147; \sum_{i=1}^{25} y_i^2 = 25.702$$

Se pide:

a) Estimar el total de la cifra de negocios y su error de muestreo usando el método de la razón.

b) Estimar el total de la cifra de negocios y su error de muestreo usando el método de regresión lineal.

c) Comentar cuál de los dos métodos es más eficiente.

**CUESTIÓN 5:**

Se dispone de la siguiente información respecto a los agregados de una economía (datos en miles de millones de euros):

Producción de bienes y servicios (a precios básicos)	P.1	2.038
Consumo intermedio (a precios de adquisición)	P.2	1.048
Variación de existencias	P. 52	5
Formación bruta de capital fijo	P.51 g	249
Gasto en consumo final de los hogares	P.3	608
Gasto en consumo final de las ISFLSH*	P.3	11
Remuneración de los asalariados	D.1	541
Adquisiciones menos cesiones de objetos valiosos	P. 53	1
Exportaciones de bienes y servicios	P.6	276
Importaciones de bienes y servicios	P.7	290
Excedente bruto de explotación y renta mixta	B2G+B3G	446
Impuestos sobre producción e importaciones	D.2	112
Subvenciones	D.3	18
Impuestos sobre los productos	D.21	97

\*Instituciones sin Fines de Lucro al Servicio de los Hogares

Se pide:

1. Calcule el PIB a precios de mercado ( $B1 \cdot G$ ).
2. Calcule el valor de las subvenciones a los productos (D.31).
3. Calcule la formación bruta de capital (P.5).
4. Calcule el valor del gasto en consumo final de las Administraciones Públicas (P.3).

**CUESTIÓN 6:**

Registre las transacciones descritas a continuación, correspondientes al hogar de los Martínez durante el año de referencia  $t$ , en la secuencia de cuentas del sector hogares. Deberá comenzar por la cuenta de producción e ir avanzando especificando la cuenta de explotación, la cuenta de asignación de la renta primaria, la cuenta de distribución secundaria de la renta hasta finalizar con la cuenta de utilización de la renta disponible.

El hogar de los Martínez está compuesto por la pareja formada por Juan y María y sus hijos, Carlota y Miguel.

Durante el año  $t$ :

María ha recibido un salario de 2.000 unidades monetarias (u.m). Su empleador ha pagado 20 u.m. en concepto de cotizaciones sociales. María ha pagado 25 u.m. de impuesto sobre la renta y 15 u.m. de cotización social. Ha gastado 100 u.m. en transporte, y comidas fuera del hogar. También se ha comprado una moto por 280 u.m. que ha financiado con un préstamo por el que paga de interés 5 u.m. durante todo el año. El resto de su sueldo se lo cede a Juan que ha sido el responsable este año de llevar las cuentas en el hogar.

Juan ha estado desempleado recibiendo durante el año una prestación por desempleo de 350 u.m. Ha gastado 1100 u.m. en alimentos, bebidas, artículos de droguería y vestido y calzado para toda la familia y 900 u.m. en alquiler de la vivienda.

Carlota ha recibido pagas de sus padres por valor de 30 u.m. que ahorra para poder comprarse una bicicleta en el futuro.

Miguel no tiene empleo fijo pero hace ocasionalmente trabajos de pintura de pequeña entidad para los vecinos, que no declara. Ha cobrado por su producción 800 u.m. pero ha gastado 300 u.m. en pintura y brochas. Ocasionalmente ha llamado a un amigo para que le ayude y le ha pagado 40 u.m. Por otra parte, ha gastado 200 u.m. en bebidas, tabaco y tickets para eventos deportivos.

**CUESTIÓN 7:**

Usando datos de distintas Comunidades Autónomas, un investigador desea examinar la relación entre la renta media pagada (RENT) por alquiler en función de los precios medianos de la vivienda (MDHOUSE en miles de euros). Usamos una variable de control adicional que es el porcentaje de la población de la comunidad autónoma que vive en una zona urbana (PCTURBAN). Las columnas de la primera fila de esta tabla indican cuáles son las variables “dependientes” en cada regresión; C hace referencia a la denominada constante de regresión. Errores estándar en paréntesis.

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
	<i>RENT</i>	<i>MDHOUSE</i>	<i>MDHOUSE</i>	<i>RENT</i>	<i>RENT</i>	<i>EHAT</i>
<i>C</i>	125,9 (14,19)	-18,67 (12,00)	7,225 (8,936)	120,7 (12,43)	120,7 (15,71)	-62,85 (26,95)
<i>PCTURBAN</i>	0,525 (0,249)	0,182 (0,115)	0,616 (0,131)	0,0815 (0,244)	0,0815 (0,305)	-0,283 (0,258)
<i>MDHOUSE</i>	1,521 (0,228)			2,240 (0,268)	2,240 (0,339)	
<i>FAMINC</i>		2,731 (0,682)				4,448 (1,532)
<i>REG2</i>		-5,095 (4,122)				-6,768 (9,262)
<i>REG3</i>		-1,778 (4,073)				4,847 (9,151)
<i>REG4</i>		13,41 (4,048)				-18,77 (9,096)
<i>VHAT</i>				-1,589 (0,398)		
<i>N</i>	50	50	50	50	50	50
<i>R<sup>2</sup></i>	0.669	0.691	0.317	0.754	0.599	0.226
<i>SCR</i>	20259.6	3767.6	8322.2	15054.0	24565.7	19019.9

a) Las estimaciones de mínimos cuadrados del modelo se encuentran en la columna (1). ¿Es factible que MDHOUSE, el precio mediano de las casas, sea endógeno en esta regresión? Justifique su respuesta

b) Un investigador considera cuatro instrumentos: ingreso mediano de la familia (FAMINC 1,000€) y región del país (REG1, REG2, REG3). A continuación considere las regresiones indicadas en los modelos de las columnas (2) y (3). A partir de aquí, indique cómo contrastar si los instrumentos son débiles.

c) En la columna (4) los residuos de mínimo cuadráticos (VHAT) de la regresión en la columna (2) se agregan como un regresor a la regresión básica. Las estimaciones están obtenidas utilizando mínimos cuadrados. ¿Cuál es la utilidad de esta regresión? ¿Qué indica sobre los resultados en (1)?

d) En la columna (5) están las estimaciones VI/ MC2E utilizando los instrumentos enumerados en la parte (b). ¿Qué diferencias observas entre estos resultados y los resultados de los mínimos cuadrados en la columna (1)? Observe que las estimaciones (aunque no los errores estándares) son las mismas en las columnas (4) y (5). ¿Es un error? Justifique sus respuestas.

e) En la columna (6) los residuos de la estimación en (5) son regresados sobre las variables mostradas. ¿Qué información está contenida en estos resultados?

**CUESTIÓN 8:**

La tabla siguiente incluye estimaciones del correlograma (fac) y del correlograma parcial (fap) de un conjunto de serie temporales. Las series A, B y C contienen 200 observaciones temporales, mientras que las restantes tienen 300 observaciones. En algunas series se ofrecen estimaciones de la “serie en Niveles” y de la “serie en Diferencias”. Teniendo esto en cuenta conteste a las siguientes preguntas:

a) Identifique las series A, B, C, D y E basándose en las FAC y FAP estimadas (explícite los argumentos en los que se basa)

b) Estime, cuando sea posible, los parámetros de los modelos identificados (desarrolle explícitamente sus cálculos y en qué se basa) en el apartado a)

**Tabla**

*Correlogramas (fac) y correlogramas parciales (fap) estimados*

	Retardos												Error estándar
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
<i>Serie A</i>													
Correlación (fac)	0.13	-0.05	0.00	-0.01	0.08	0.04	-0.02	0.01	-0.05	-0.08	-0.02	0.06	0.07
Correlación parcial (fap)	0.13	-0.08	0.02	-0.02	0.09	0.01	-0.01	0.02	-0.05	-0.07	-0.01	0.07	0.07
<i>Serie B</i>													
Correlación	0.42	0.03	-0.03	-0.12	0.15	-0.11	-0.06	0.02	0.05	0.07	0.02	-0.10	0.07
Correlación parcial	0.42	-0.18	0.04	-0.14	-0.05	-0.05	-0.01	0.04	-0.00	0.04	-0.06	-0.09	0.07
<i>Serie C</i>													
Correlación	0.58	0.35	0.21	0.13	0.02	-0.03	0.05	0.04	0.08	0.05	-0.08	-0.06	0.07
Correlación parcial	0.58	0.03	-0.01	0.01	-0.09	-0.03	-0.03	0.08	0.04	0.01	-0.12	0.01	0.07
<i>Serie D</i>													
Niveles correlación	0.90	0.84	0.78	0.71	0.66	0.61	0.57	0.53	0.49	0.45	0.42	0.37	0.06
Diferencias	-0.23	0.03	-0.01	-0.01	-0.08	0.03	-0.04	-0.01	0.03	-0.06	0.08	-0.03	0.06
Correlación parcial (niveles)	0.90	0.19	-0.01	-0.03	-0.02	0.06	-0.02	0.01	-0.00	-0.04	0.03	-0.09	0.06
Diferencias	-0.23	-0.02	-0.00	-0.02	-0.10	-0.01	-0.04	-0.03	0.02	-0.06	0.06	-0.01	0.06
<i>Serie E</i>													
Niveles correlación	0.98	0.95	0.92	0.89	0.86	0.84	0.81	0.78	0.75	0.72	0.69	0.66	0.06
Diferencias	0.42	-0.01	0.04	0.07	0.02	-0.08	-0.08	0.05	0.13	0.02	-0.06	0.03	0.06
Correlación parcial (niveles)	0.98	-0.21	0.07	0.01	-0.05	-0.03	0.03	0.01	-0.10	-0.06	-0.01	0.01	0.06
Diferencias	0.42	-0.06	-0.04	-0.10	0.01	-0.03	0.05	0.03	0.02	-0.08	-0.03	-0.07	0.06

**CUESTIÓN 9:**

Dada la siguiente tabla de mortalidad:

Edad	Tasa de mortalidad*	Pro-medio de años vividos el último año de vida	Riesgo de muerte*	Supervivientes	Defunciones teóricas	Población estacionaria	Tiempo por vivir	Esperanza de vida
4 años	0,103	0,504	0,103	99697,657	10,262		7920017,651	79,440
5 años	0,096	0,413		99687,395	9,575	99681,776	7820325,081	
(...)								
8 años	0,060	0,518	0,060	99671,017	6,022	99668,117	7620968,585	76,461
9 años	0,080	0,480	0,080		7,970	99660,851	7521300,468	75,466
10 años	0,057	0,499	0,057	99657,025		99654,168	7421639,617	74,472

\* Riesgos y tasas de mortalidad vienen referidos a 1.000 habitantes

Se pide calcular:

- El número de supervivientes de 9 años.
- Población estacionaria de 4 años.
- Defunciones teóricas de 10 años.
- Esperanza de vida a los 5 años.
- Riesgo de muerte a los 5 años .

**CUESTIÓN 10:**

Considere la siguiente matriz de migración de las regiones A, B y C de un país en un año dado  $t$ .

Región de nacimiento	Región de residencia actual				
	A	B	C	Fuera de la región	Total
A	10.359	53	74	127	10.613
B	100	8.250	22	79	8.451
C	88	15	9.750	94	9.947
Fuera de la región	250	48	69	-	-
En el extranjero	303	99	108	-	-
Total	11.100	8.465	10.023	-	-

Calcular:

- El índice de aloctonía de A.
- La proporción de emigrantes de B.
- La proporción de inmigrantes de C.
- La tasa bruta de intercambio entre A y B.
- La tasa neta de intercambio entre B y C.
- El índice de compensación entre A y B.