

La propiedad de simetría en los rendimientos financieros españoles (*)

por
AMADO PEIRÓ GIMÉNEZ
Departamento de Análisis Económico
de la Universidad de Valencia

RESUMEN

En este trabajo se analiza la simetría de los rendimientos diarios de la Bolsa de Madrid y de los tipos de cambio de la peseta frente al dólar USA, el yen japonés y el marco alemán. Ante la ausencia de normalidad de estos rendimientos, se aborda el problema bajo distribuciones alternativas y se propone un procedimiento de análisis basado en métodos no paramétricos. A diferencia de otros trabajos, en varias series se detectan ciertas asimetrías, pero éstas son relativamente débiles.

Palabras clave: Acciones, simetría, tipos de cambio.

Clasificación AMS: 90A20

(*) Agradezco la financiación recibida de la Dirección General de Enseñanza Superior (PB95-1083) y los comentarios y sugerencias de tres evaluadores anónimos. Los errores subsistentes son de mi exclusiva responsabilidad.

1. INTRODUCCIÓN

Ante los evidentes signos de no normalidad que presentan los rendimientos financieros, especialmente en frecuencias elevadas, numerosos estudios han propuesto distribuciones estadísticas alternativas. Así, para los rendimientos diarios o semanales, se han sugerido distribuciones Pareto-estables, mixturas de normales, distribuciones t de Student, logísticas, y distribuciones de Box-Tiao, entre otras. Básicamente, con estas distribuciones se intenta captar la elevada curtosis que presentan las rentabilidades financieras.

Mientras que la elevada curtosis es un hecho indiscutible, sobre el que existe un consenso total, la situación no está tan clara respecto a la simetría. Diversos autores han señalado que la distribución de los rendimientos financieros es asimétrica (véase, por ejemplo, Simkowitz y Beedles, 1980, Kon, 1984 y So, 1987), lo que ha ocasionado que, para tratar específicamente esta hipotética asimetría, se hayan considerado ciertas distribuciones estadísticas (véase So, 1987 y Tucker, 1992). Desde la perspectiva de la economía financiera, el supuesto de la simetría de los rendimientos también es de la máxima importancia. El principal modelo de valoración de activos, CAPM, supone que los momentos de los rendimientos de orden superior a dos carecen de importancia; de esta forma, los riesgos serían considerados simétricamente por los inversores. Pero esta hipótesis no es razonable, dada la abundante evidencia a favor de la preferencia de los inversores por la asimetría positiva. Brennan (1978) y He y Leland (1993) han demostrado que si la media y varianza de la rentabilidad de mercado es constante, el inversor representativo tiene una función de utilidad con tercera derivada positiva que implica preferencia por la asimetría. De hecho se han realizado diversos intentos de captar esta preferencia por la asimetría (véase Sortino y Vandermeer, 1991 y Leland, 1996) y su existencia subyace a algunos modelos financieros propuestos que dependen crucialmente de este supuesto (véase, por ejemplo, Francis, 1975, Arditti y Levy, 1975, Kraus y Litzenberger, 1976, Simkowitz y Beedles, 1978 o Conine y Tamarkin, 1981). En relación a este punto, Sánchez (1994) y Gallego y Marhuenda (1997) se preguntan recientemente si, en la bolsa española, la coasimetría de un activo con la cartera de mercado es un factor explicativo de su rentabilidad. En ambos trabajos los resultados empíricos apuntan una respuesta negativa.

La mayoría de los estudios que advierten un comportamiento asimétrico de los rendimientos presentan un rasgo común; la medición de la asimetría se realiza a través del denominado coeficiente de asimetría,

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum_{t=1}^T (R_t - \bar{R})^3 / T}{\hat{\sigma}^3} \quad [1]$$

donde T es el número de observaciones, R_t es el rendimiento en la fecha t , \bar{R} es la media muestral y $\hat{\sigma}$ es la desviación típica muestral. Bajo el supuesto de normalidad, la distribución asintótica de este estadístico viene dada por

$$\hat{\alpha} \rightarrow N(0, 6 / T) \quad [2]$$

Los contrastes que utilizan [1] y [2] se han interpretado de dos formas bien distintas: como contrastes de simetría o como contrastes de normalidad. Como contrastes de simetría, la aceptación de la hipótesis nula supondría la aceptación de la simetría de la distribución de los rendimientos, mientras que el rechazo de la hipótesis nula implicaría el rechazo de su simetría. Como contraste de normalidad, la aceptación de la hipótesis nula supondría la aceptación de la normalidad de los rendimientos, mientras que el rechazo de la hipótesis nula implicaría el rechazo de la normalidad. En la literatura, con frecuencia, no se ha distinguido adecuadamente entre estas dos posibilidades.

El origen de la confusión reside en el hecho de que ambos procesos de inferencia no son independientes. La normalidad implica la simetría, pero ésta no implica a aquélla. Si interpretamos el contraste con [1] y [2] como un contraste de simetría, podemos rechazar la nula de simetría cuando la verdadera distribución subyacente sea realmente simétrica, pero no normal. Si, en cambio, se contempla como un contraste de normalidad, la aceptación de la nula supone la aceptación de la normalidad de los rendimientos y, consecuentemente, la aceptación de su simetría, mientras que el rechazo de la nula supone el rechazo de su normalidad, pero no necesariamente de su simetría. Por estos motivos, los contrastes con [1] y [2] se deben interpretar como contrastes de normalidad, y no como contrastes de simetría.

En este trabajo se persigue un doble objetivo: uno de naturaleza económica y otro de carácter estadístico. Por un lado, se intenta determinar si la distribución no condicional de los rendimientos financieros españoles es simétrica o, por el contrario, es asimétrica. Como se ha señalado anteriormente, el esclarecimiento de este punto es de capital importancia en el análisis financiero. Por otra parte, se propone una estrategia de contraste estadístico de la propiedad de simetría que presenta claras ventajas sobre otros procedimientos convencionales. Para ello, en el segundo apartado, se presentan las series de rendimientos consideradas: rendimientos diarios de la Bolsa de Madrid y rendimientos diarios de los tipos de cambio de la peseta frente al dólar, yen y marco. En el tercer apartado se examina la evidencia inicial sobre estas series. En el cuarto apartado se estudia el problema de la sime-

tría bajo dos distribuciones no normales. Ante los problemas y dificultades que se plantean, en el quinto apartado se aborda el análisis de la simetría con métodos no paramétricos. Por último, en el sexto apartado se resumen las principales conclusiones alcanzadas.

2. SERIES UTILIZADAS

Se disponía del índice general diario de la Bolsa de Madrid y de los tipos de cambio diarios de la peseta frente al dólar USA, frente al yen japonés y frente al marco alemán desde el 2 de enero de 1980 hasta el 27 de septiembre de 1993. Los tipos de cambio se obtuvieron del mercado de Londres, principal mercado mundial de divisas, y están expresados en pesetas por unidad de divisa extranjera. Una vez excluidos los sábados y domingos, se generaron las series de rendimientos diarios a través de diferencias logarítmicas. Es decir, mediante

$$R_t = \log\left(\frac{X_t}{X_{t-1}}\right), \quad [3]$$

donde R_t es el rendimiento correspondiente al día t y X_t es el valor del índice general o del tipo de cambio correspondiente a ese mismo día. Aquellos rendimientos cuyo cómputo suponía la utilización de algún valor inexistente (debido a los días en los que no ha habido sesión de contratación en la Bolsa de Madrid o en el mercado de divisas de Londres) se han excluido de la muestra. De esta forma, todos los rendimientos son diarios (generados en un solo día natural) excepto los rendimientos de los lunes que han sido generados a lo largo de tres días (desde el cierre del viernes hasta el cierre del lunes).

Las series así obtenidas se extienden desde el día 3 de enero de 1980 hasta el día 27 de septiembre de 1993. En lo sucesivo se denominará IG a la serie de rentabilidades del índice general de la Bolsa de Madrid, y PD, PY y PM a las series de rentabilidades del tipo de cambio de la peseta frente al dólar USA, frente al yen japonés y frente al marco alemán, respectivamente. La serie IG consta de 2862 observaciones y las series PD, PY y PM constan de 3392 observaciones cada una. La elevada diferencia entre los números de observaciones se debe, en buena medida, a que hasta 1984 no se realizaba contratación los lunes en la bolsa de Madrid.

Se deben realizar algunas precisiones sobre la información estadística utilizada. En primer lugar, se consideran dos clases de activos financieros bien diferentes: un índice de bolsa y tres tipos de cambio. En la literatura se han examinado las pro-

iedades estadísticas de unos y otros, discurriendo a menudo la investigación de forma paralela. Si bien el problema de la simetría ha sido generalmente considerado en relación a los precios de las acciones, nada impide que se extienda a los tipos de cambio; los modelos económicos basados en el supuesto de asimetría también serían aplicables a otros activos financieros y, en particular, a los tipos de cambio. Por otra parte, tanto con acciones como con tipos de cambio o con cualquier otro tipo de activo serían concebibles estrategias de negociación que pretendan explotar su presunta asimetría.

Por otra parte, para analizar la simetría de la distribución no condicional de los rendimientos, se considerará que estos son independientes y que están idénticamente distribuidos. Este supuesto ha sido discutido en los últimos años, habiéndose señalado la existencia de estacionalidad en ciertos rendimientos financieros, de modo que sus distribuciones difieren en los distintos días de la semana. También se han señalado posibles cambios en su distribución a lo largo de estos años, debidos a cambios en los procedimientos de contratación o liquidación. Además, numerosos trabajos han detectado relaciones de dependencia no lineal en los rendimientos, en particular heteroscedasticidad condicional. Sin embargo, el supuesto de independencia e idéntica distribución es un supuesto simplificador necesario. Su abandono haría virtualmente imposible el análisis de la simetría, pues entonces se tendrían diversos rendimientos financieros, cada uno de ellos con varias distribuciones (correspondientes a distintos días de la semana o a distintos períodos muestrales) y sujetos a diferentes relaciones de dependencia. En cualquier caso, no parece que las posibles violaciones de este supuesto sean del calibre suficiente para afectar a los resultados obtenidos. Por último, se debe tener en cuenta que entre los rendimientos de los distintos tipos de cambio también existen relaciones de dependencia, debidas sobre todo a que los tres tipos de cambio están referidos a la peseta, por lo que estas muestras no son completamente independientes.

3. RESULTADOS INICIALES

En las figuras 1-4 se muestran los histogramas de frecuencias de las series consideradas y en la tabla 1 se presentan algunos estadísticos de interés de las series de rendimientos. En relación a nuestro objetivo, dos son las conclusiones que, inicialmente, parecen desprenderse de estos estadísticos. En primer lugar, si utilizamos [1] y [2] para contrastar la simetría de los rendimientos, ésta se debería rechazar. El mercado de acciones presentaría una fuerte asimetría negativa, mientras que los mercados de divisas presentarían una fuerte asimetría positiva. No obstante, estas presuntas asimetrías no se aprecian en los histogramas o, al me-

nos, no parecen ser muy acusadas. En segundo lugar, y como era de esperar, se rechaza contundentemente la normalidad de los rendimientos, a la vista de la curtosis, el rango Studentizado, el estadístico de Kolmogorov-Smirnov y el de Jarque-Bera. Como se ha señalado anteriormente, estos dos procesos de inferencia son incompatibles, ya que el contraste de simetría se basa en el supuesto de normalidad subyacente de los rendimientos.

Otro fenómeno que se observa en la tabla 1, y que ha sido señalado por Peña (1989) en relación a diversos tipos de cambio de la peseta, es la gran sensibilidad que presenta el coeficiente de asimetría a las observaciones extremas. Al excluir una única observación, el coeficiente de asimetría cambia sustancialmente. Resultados similares se obtuvieron al excluir el 5 por ciento o el 10 por ciento de los rendimientos de mayor valor absoluto, o al considerar submuestras correspondientes a diversos subperiodos. Esta acusada sensibilidad provoca serias dudas sobre la calidad de esta medida de asimetría.

4. EL ANÁLISIS DE LA SIMETRÍA BAJO DISTRIBUCIONES ALTERNATIVAS

Se plantea, pues, el problema de analizar la simetría de los rendimientos teniendo en cuenta que estos no siguen una distribución normal. Los contrastes mediante [1] y [2] no nos permiten discriminar entre el rechazo de la propiedad conjunta de simetría y normalidad y el simple rechazo de la normalidad. Por este motivo, a continuación abordaremos el análisis de la simetría bajo distribuciones alternativas. Dos de las distribuciones más aceptadas para los rendimientos financieros son la mixtura discreta de distribuciones normales y la distribución *t* de Student (véase Boothe y Glassman, 1987, Peiró, 1992 y Peiró, 1994).

En el caso de la mixtura discreta, suelen considerarse dos o tres distribuciones normales, un número suficiente para captar los rasgos más importantes de la distribución de los rendimientos sin incurrir en una sobreparametrización excesiva. La función de densidad de una mixtura discreta de dos distribuciones normales es

$$f(x) = \frac{\delta}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} e^{-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}} + \frac{1-\delta}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{(x-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}}, \quad [4]$$

donde δ , μ_1 , μ_2 , σ_1 y σ_2 son los parámetros de la distribución y $0 \leq \delta \leq 1$. En los casos límites en que $\delta=0$ ó $\delta=1$ se obtiene la distribución normal. Esta distribución puede ser simétrica o asimétrica. Excluyendo los casos límites antes mencionados, esta distribución es simétrica si y sólo si se verifica (Johnson, Kotz y Balakrishnan, 1994):

$$\mu_1 = \mu_2 \quad [5]$$

o bien que

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_2 \\ \delta &= \frac{1}{2} \end{aligned} \quad [6]$$

De este modo, bajo el supuesto de que los rendimientos siguen una mixtura discreta de dos distribuciones normales, podemos contrastar su simetría mediante el contraste de [5] y [6] en [4]. La aceptación de alguna de estas restricciones nos llevaría a concluir que los rendimientos son simétricos, mientras que el rechazo de ambas restricciones nos llevaría a concluir que los rendimientos siguen una distribución asimétrica.

En la tabla 2 se presentan las estimaciones por máxima verosimilitud de la mixtura [4], de la mixtura [4] con la restricción [5] y de la mixtura [4] con la restricción [6], así como los correspondientes logaritmos de la función de verosimilitud. Las restricciones [5] y [6] se pueden contrastar a través de contrastes de razón de verosimilitudes en los que la hipótesis nula será que los rendimientos siguen la mixtura [4] con la restricción considerada y la hipótesis alternativa será que los rendimientos siguen la distribución [4] sin restricciones. Para realizar los contrastes se utiliza el estadístico $-2\log(L(H_0)/L(H_1))$, siendo $L(H_0)/L(H_1)$ la razón de verosimilitudes. Este estadístico sigue asintóticamente una distribución χ^2 , con un número de grados de libertad igual al de restricciones que supone la hipótesis nula, un grado de libertad en el caso de la restricción [5] y dos grados de libertad en el caso de [6].

En la tabla 3 se muestran los estadísticos y los niveles de significación críticos de estos contrastes. Mientras que la restricción [6] se rechaza claramente para todas las series, los resultados para la restricción [5] no son tan claros. Se acepta la restricción [5], y por tanto la simetría, para IG y PD pero no se acepta para PY y PM. Las conclusiones son, pues, bien diferentes a las que se obtenían con [1] y [2]. Bajo la hipótesis de que los rendimientos siguen una mixtura discreta de dos distribuciones normales, la evidencia empírica no permite rechazar la restricción [5] para IG y PD y, en consecuencia, no podemos rechazar su simetría(1).

Aunque, bajo la hipótesis de mixtura, se puede contrastar la simetría por la razón de verosimilitudes, nos podemos preguntar por la distribución de $\hat{\alpha}$ bajo este tipo de distribuciones, pues pudiera diferir sustancialmente de [2]. Para conocer el comportamiento del coeficiente de asimetría se simularon 100.000 muestras de T

(1) Resultados similares se obtienen cuando consideramos mixturas discretas de tres distribuciones normales.

observaciones bajo cuatro tipos de mezclas diferentes. T se fijó en 100, 1.000 y 3.400 (valor próximo al número de observaciones de PD, PY y PM). La primera y segunda mezcla reproducen las estimaciones obtenidas para IG y PD, y no son simétricas pues no cumplen las restricciones [5] y [6]. La tercera y cuarta mezcla son simétricas, pues verifican [5] y [6] respectivamente. Para facilitar las comparaciones, también se muestran los mismos cuantiles para la distribución asintótica de $\hat{\alpha}$ bajo normalidad, obtenidos con [2].

En la tabla 4 se puede observar que, bajo las dos primeras mezclas, la distribución de $\hat{\alpha}$ es bien diferente a la que se obtiene bajo normalidad con [2], y, a su vez, la distribución de $\hat{\alpha}$ es asimétrica. Para la tercera mezcla la distribución de $\hat{\alpha}$ es simétrica (lo que es lógico, pues esta mezcla es simétrica) pero su distribución también es muy diferente a la que se obtiene bajo normalidad: los cuantiles inferiores son mucho menores y los superiores son mucho mayores. Por último, en la cuarta mezcla, la distribución de $\hat{\alpha}$ es simétrica y coincide (salvo pequeñas diferencias) con la que se obtiene bajo normalidad aplicando [2]. De estas simulaciones cabe extraer dos conclusiones. En primer lugar, la distribución de $\hat{\alpha}$ difiere sustancialmente en los distintos tipos de mezcla. En segundo lugar, bajo la hipótesis de mezcla, los contrastes con [1] y [2] pueden rechazar indebidamente la hipótesis nula de simetría con mucha frecuencia (es el caso del tercer tipo de mezcla).

Aunque para otros mercados la mezcla discreta pueda proporcionar una buena descripción, a la vista de los valores de los logaritmos de las funciones de verosimilitud de la tabla 2, la distribución t de Student parece representar mejor a los rendimientos. Esta distribución tiene como función de densidad

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right) \sqrt{\pi(\nu-2)\sigma^2}} \left(1 + \frac{(x-\mu)^2}{(\nu-2)\sigma^2}\right)^{-\frac{(\nu+1)}{2}}, \quad [7]$$

donde Γ es la función gamma, μ es un parámetro de localización igual a la esperanza si $\nu > 1$, σ es un parámetro de escala igual a la desviación típica si $\nu > 2$ y ν es un parámetro al que se denomina grados de libertad.

Como esta distribución es simétrica en torno a μ , la aceptación de esta distribución implica la simetría de los rendimientos y, por consiguiente, carece de todo sentido contrastar la simetría de los rendimientos si suponemos que siguen esta distribución. No obstante, también nos podemos preguntar si la distribución del coeficiente de asimetría, cuando la distribución subyacente es una t de Student, difiere de [2]. Al igual que se ha hecho antes, se simularon 100.000 muestras de T observaciones de variables t de Student con ν grados de libertad. T se fijó en 100,

1.000 y 3.400. Las estimaciones de ν en las series consideradas están comprendidas entre 2,93 y 3,96 (véase tabla 2). Por ello ν se fijó en 2, 3 y 4. Conviene recordar que la distribución t de Student con ν grados de libertad carece de momentos de orden igual o inferior a ν ; por consiguiente, carece de momentos poblacionales de tercer orden cuando $\nu=2$ ó $\nu=3$. No obstante, la inexistencia de los momentos poblacionales no impide la utilización de los momentos muestrales en el estudio de la distribución muestral de $\hat{\alpha}$ bajo estas distribuciones.

En la tabla 5 se muestran los cuantiles 0,95, 0,975 y 0,995 de la distribución muestral de $\hat{\alpha}$ en las simulaciones. No se muestran los otros cuantiles porque la distribución es claramente simétrica. Al igual que en la tabla 4, también se muestran los mismos cuantiles para la distribución asintótica de $\hat{\alpha}$ bajo normalidad, obtenidos con [2]. Los resultados son bien diferentes en ambos casos. Como era de esperar, los cuantiles de las distribuciones t de Student son superiores a los de la normal, disminuyendo a medida que aumentan los grados de libertad para un mismo tamaño muestral. Para $\nu=2$ ó $\nu=3$ los cuantiles son extremadamente elevados, lo que también era previsible dado que estas distribuciones carecen de momentos de tercer orden, y además aumentan a medida que aumenta el tamaño muestral. Otro fenómeno llamativo es el aumento de las diferencias relativas entre los cuantiles de las distribuciones t de Student y los de la normal conforme aumenta el tamaño muestral. Así, para $\nu=4$ y $T=100$, el cuantil 0,975 es menos de cinco veces el de la distribución normal (2,30 frente a 0,48) mientras que para los mismos grados de libertad y $T=3.400$ el mismo cuantil es más de 18 veces el de la distribución normal (1,55 frente a 0,08). Pero, a nuestros efectos, lo más destacable de esta tabla son sus repercusiones sobre los contrastes de simetría: si los rendimientos financieros siguen una distribución t de Student con un número reducido de grados de libertad y contrastamos la simetría mediante [1] y [2], rechazaremos incorrectamente la hipótesis nula de simetría con demasiada frecuencia.

A la luz de estos cuantiles, el examen de los valores de los coeficientes de asimetría mostrados en la tabla 1 arroja resultados diametralmente opuestos a los que se obtienen con [2]. Mientras que entonces la hipótesis nula se rechazaba contundentemente, bajo el supuesto de una distribución t de Student no se puede rechazar la hipótesis nula en las series consideradas. Lo que resulta más llamativo no es el hecho de obtenerse diferentes conclusiones, sino los diferentes niveles de significación críticos que se obtienen: prácticamente iguales a cero bajo el supuesto de normalidad y muy elevados bajo el supuesto de t de Student.

Los resultados de esta sección ponen de manifiesto la importancia del supuesto sobre la distribución subyacente en el análisis de la simetría. Frente a la evidencia inicial mostrada en el Cuadro 1, cuando suponemos que los rendimientos siguen una mixtura discreta de dos distribuciones normales, los contrastes de razón de

verosimilitudes no permiten rechazar la simetría de dos series. Por otra parte, los contrastes con [1] y [2] plantean serios problemas; en particular, si suponemos que los rendimientos siguen una distribución t de Student, la distribución del estadístico $\hat{\alpha}$ es muy diferente a la distribución bajo normalidad. Esta característica, junto con su acusada sensibilidad a los valores extremos, convierte a este estadístico en una herramienta poco fiable en el análisis de la simetría.

5. CONTRASTES NO PARAMÉTRICOS

El análisis realizado en la sección anterior se ha basado en determinadas distribuciones para los rendimientos (mixtura discreta de dos normales y distribuciones t de Student). Aunque existe evidencia empírica que avala estas distribuciones, el consenso dista de ser total y, dada la importancia de la distribución subyacente, parece razonable considerar otros métodos que no incurran en estos problemas. Los métodos no paramétricos (más exactamente, los métodos de distribución libre) son especialmente adecuados en estas circunstancias puesto que, si bien la potencia de los contrastes puede ser algo menor, son poco sensibles a las observaciones extremas y sumamente robustos a la distribución subyacente.

En la literatura estadística se han propuesto varios procedimientos de contrastes no paramétricos de la simetría (véase, por ejemplo, Randles, Fligner, Policello y Wolfe, 1980 y McWilliams, 1990). A continuación, se propone una estrategia de contraste, basada en métodos no paramétricos, que presenta la ventaja adicional de que nos informa sobre el tipo de asimetría existente. Antes de pasar a aplicar estos procedimientos no paramétricos, recordemos que los rendimientos son simétricos respecto a μ si para cualquier k se verifica que

$$f(\mu + k) = f(\mu - k) \quad [8]$$

donde f es la función de densidad de los rendimientos. Si se cumple [8], μ es la media y la mediana(2). En este caso, los rendimientos superiores a μ seguirán la misma distribución que los rendimientos inferiores, tomados estos últimos en valor absoluto.

(2) En torno a este punto abundan los errores. Ni siquiera Kendall y Stuart (1969), tercera edición, es una excepción. Véanse, a este respecto, los comentarios de la página 217 de Dudewicz y Mishra (1988). Debemos añadir que en Kendall, Stuart y Ord (1987), quinta edición, se ha modificado la primera de las dos afirmaciones mencionadas por Dudewicz y Mishra (1988).

De acuerdo con esta idea, para estudiar la simetría de los rendimientos procederemos del siguiente modo. En primer lugar, restaremos a los rendimientos la media de la serie, obteniendo una nueva serie que denominaremos rendimientos en exceso. Obviamente, los rendimientos originales mayores que la media dan lugar a rendimientos en exceso positivos, mientras que los rendimientos originales menores que la media dan lugar a rendimientos en exceso negativos. En segundo lugar, para cada serie formaremos dos submuestras: la formada por los rendimientos en exceso negativos, tomados en valor absoluto,

$$|R^-| = \{\bar{R} - R_t \mid R_t < \bar{R}\} \quad [9]$$

y la formada por los rendimientos en exceso positivos,

$$R^+ = \{R_t - \bar{R} \mid R_t > \bar{R}\} \quad [10]$$

Por último, procederemos a comparar las distribuciones de estas dos submuestras(3). Si la distribución de los rendimientos es simétrica, entonces la probabilidad de ambos tipos de rendimientos debe ser la misma y, además, la distribución de $|R^-|$ debe ser igual a la de R^+ . Por lo que respecta al primer requisito, si ambos tipos de rendimientos son equiprobables, entonces, al excluir los rendimientos en exceso iguales a cero, el número de rendimientos en exceso negativos (o positivos) seguirá una distribución binomial cuyos parámetros serán iguales al número de rendimientos y 1/2.

En la tabla 6 se muestran, para cada serie, el número de rendimientos en exceso negativos y positivos, los intervalos de confianza al 95 por ciento y al 99 por ciento y los estadísticos y los P -valores correspondientes a la hipótesis de que ambos tipos de rendimientos son equiprobables. Para PD se acepta que ambos tipos de rendimientos tienen la misma probabilidad, y, consecuentemente, no se aprecian síntomas de asimetría. Para IG, PY y PM se rechaza, al 5 por ciento, la igualdad de probabilidades. A este nivel de significación, debemos concluir que los rendimientos negativos son más probables que los positivos. Sin embargo, al nivel de significación del 1 por ciento no se puede rechazar la hipótesis de igual probabilidad (P -valores de 2,7 por ciento, 1,1 por ciento y 2,6 por ciento). De acuerdo con

(3) En términos poco rigurosos pero intuitivos, estos pasos suponen *plegar* la distribución empírica a lo largo de un eje vertical igual a la media y estudiar el solapamiento de las dos partes.

estos valores, la asimetría de estas variables debida a la mayor frecuencia de rendimientos en exceso negativos no parece ser muy acusada(4).

Para ver si la distribución de $|R^-|$ es igual a la de R^+ , utilizaremos tres contrastes no paramétricos: el contraste de Kolmogorov-Smirnov de dos muestras, el de suma de rangos de Wilcoxon y el de Siegel-Tukey. Los tres son contrastes de dos muestras y nos van a permitir la comparación de las distribuciones de $|R^-|$ (primera muestra) y R^+ (segunda muestra). La potencia de estos contrastes varía en función de las circunstancias, pero, en el problema que nos ocupa, la pérdida de potencia en la que podamos incurrir se ve más que compensada por su robustez. Además, como tales contrastes no paramétricos, son muy poco sensibles a las observaciones extremas. En los tres casos la hipótesis nula establece la igualdad de las distribuciones, pero mientras que el contraste de Kolmogorov-Smirnov es sensible a cualquier diferencia, el de Wilcoxon es especialmente sensible a diferencias de localización y el de Siegel-Tukey a diferencias en dispersión (véase Gibbons y Chakraborti, 1992). De este modo, la aplicación de estos contrastes permite detectar asimetrías tanto de carácter general como originadas por diferencias en localización o dispersión. Alternativamente, también se podrían utilizar otros contrastes no paramétricos de dos muestras, pero la aplicación de éstos es suficiente y proporciona una idea de la posible clase de asimetría.

En el contraste de Kolmogorov-Smirnov, el estadístico del contraste, KS , es la diferencia máxima en valor absoluto entre las dos distribuciones empíricas,

$$KS = \max_{0 < x < 1} |F(x) - F'(x)| \quad [11]$$

donde F^- y F^+ son las funciones de distribución empíricas de $|R^-|$ y R^+ , respectivamente. La distribución asintótica de KS , bajo la hipótesis nula de distribuciones iguales, aparece tabulada en Gibbons y Chakraborti (1992).

En el contraste de suma de rangos de Wilcoxon, el estadístico del contraste, W , es la suma de los rangos de los valores absolutos de los rendimientos en exceso negativos en la muestra ordenada resultante de combinar la dos submuestras,

$$W = \sum_{t=1}^T I_t r(\bar{R} - R_t) \quad [12]$$

(4) Como la suma de los rendimientos en exceso negativos es igual a la suma de los rendimientos en exceso positivos, este contraste puede ser contemplado como un contraste de igualdad de esperanzas. De hecho, los resultados son bastante similares a los que se obtienen con el contraste t habitual.

donde el operador $r(\cdot)$ denota al rango e

$$I_t = \begin{cases} 1 & \text{si } R_t < \bar{R} \\ 0 & \text{si } R_t > \bar{R} \end{cases} \quad [13]$$

es decir, $I_t=1$ si, en la muestra combinada y ordenada, el lugar t -ésimo está ocupado por una observación proveniente de la primera muestra e $I_t=0$ en caso contrario. Bajo el supuesto de iguales distribuciones, la distribución asintótica de W viene dada por

$$W \rightarrow N\left(\frac{T_1(T+1)}{2}, \frac{T_1 T_2 (T+1)}{12}\right) \quad [14]$$

donde T_1 es el número de rendimientos en exceso negativos (primera muestra) y T_2 es el número de positivos (segunda muestra).

En el contraste de Siegel-Tukey se combinan las dos submuestras y se ordenan del mismo modo que en el contraste anterior. El estadístico del contraste es

$$ST = \sum_{t=1}^T I_t w_t \quad [15]$$

donde I_t se define igual que en [13]. Para T impar, los pesos, w_t , vienen dados por

$$w_t = \begin{cases} 2t & \text{si } t \leq \frac{T}{2}, t \text{ par} \\ 2t - 1 & \text{si } t \leq \frac{T}{2}, t \text{ impar} \\ 2(T - t) + 2 & \text{si } t > \frac{T}{2}, t \text{ par} \\ 2(T - t) + 1 & \text{si } t > \frac{T}{2}, t \text{ impar} \end{cases} \quad [16]$$

Y si T es par se excluye la observación central y se aplican estos pesos a las restantes observaciones. De este modo, las ponderaciones menores se asignan a los extremos y las mayores a las centrales de la muestra combinada y ordenada (véase Siegel y Tukey, 1960). Bajo la hipótesis nula de iguales distribuciones, la distribución asintótica de ST es la misma que la de W ,

$$ST \rightarrow N\left(\frac{T_1(T+1)}{2}, \frac{T_1 T_2 (T+1)}{12}\right) \quad [17]$$

En la tabla 7 se muestran los resultados de estos contrastes. Para los rendimientos de los tipos de cambio (PD, PY y PM) los contrastes de Kolmogorov-Smirnov no permiten rechazar la hipótesis nula de igual distribución. Este resultado se ve ratificado por los otros dos contrastes. Ni el contraste de la suma de rangos de Wilcoxon, especialmente sensible a diferencias en la localización, ni el contraste de Siegel-Tukey, especialmente sensible a diferencias en la dispersión, permiten rechazar la simetría de los rendimientos.

En cambio, para IG, se rechaza la igualdad de distribuciones en el contraste de Kolmogorov-Smirnov con un nivel de significación del 5 por ciento, pero no se puede rechazar al 1 por ciento (el nivel de significación crítico es 2,9 por ciento). Este rechazo parece venir provocado por diferencias en la localización, pues también se rechaza en el contraste de la suma de rangos de Wilcoxon (con un *P*-valor igual a 1,6 por ciento), pero no en el de Siegel-Tukey. En consecuencia, los contrastes no paramétricos solamente detectan una distribución asimétrica en los rendimientos de la bolsa de Madrid. Pero esta asimetría tampoco parece ser muy acusada, a juzgar por los *P*-valores de los contrastes.

Como resultado de los contrastes realizados en este apartado, tenemos que no se observa ningún indicio de asimetría en los rendimientos derivados del tipo de cambio de la peseta frente al dólar USA. Los rendimientos inferiores a la media parecen ser más frecuentes que los superiores a la media para los rendimientos de los tipos de cambio de la peseta frente al yen japonés y frente al marco alemán, así como para los de la bolsa española. Este fenómeno es significativo a un nivel de significación del 5 por ciento, pero no al 1 por ciento. Al margen de este hecho, sólo se observa una ligera asimetría (al igual que antes significativa al 5 por ciento, pero no al 1 por ciento) en los rendimientos de la bolsa, probablemente debida a diferencias en la localización de ambas clases de rendimientos.

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha abordado el tema de la simetría de los rendimientos diarios de la bolsa española y de los derivados de los tipos de cambio diarios de la peseta frente al dólar USA, frente al yen japonés y frente al marco alemán.

Numerosos estudios de la simetría de los rendimientos financieros han supuesto que estos siguen una distribución normal y, contradictoriamente, concluían que su distribución no era simétrica. Como existe abundante evidencia sobre su no norma-

lidad, se ha examinado el problema de la simetría desde la perspectiva de distribuciones alternativas, obteniéndose una conclusión bien distinta. Bajo el supuesto de mixturas discretas de dos distribuciones normales, no se puede rechazar la simetría de los rendimientos de la bolsa española ni la simetría de los rendimientos del tipo de cambio de la peseta frente al dólar USA. Bajo el supuesto, más apropiado, de distribuciones t de Student, los valores de los coeficientes de asimetría de las distintas series no sobrepasan los valores críticos tabulados.

Ante la sensibilidad a las observaciones extremas del estadístico utilizado en los contrastes de simetría, y ante el desconocimiento de la distribución subyacente, hemos examinado la simetría de los rendimientos a la luz de contrastes no paramétricos. En tres de las cuatro series examinadas, los rendimientos inferiores a la media parecen ser más probables que los superiores a la media, pero la evidencia no es muy fuerte. Los contrastes no paramétricos solamente detectan una ligera asimetría en los rendimientos de acciones, que posiblemente se deba a diferencias en la localización de los rendimientos en exceso negativos, tomados en valor absoluto, y de los rendimientos en exceso positivos.

Por consiguiente, de acuerdo con la evidencia aportada en este trabajo, los rendimientos financieros diarios españoles presentan ciertas asimetrías en sus distribuciones, pero éstas parecen ser relativamente tenues. En consecuencia, cabe dudar de la pertinencia de ciertos modelos financieros que descansan sobre la asimetría de los rendimientos, así como de hipotéticas estrategias de negociación que pretendan explotar este fenómeno.

Figura 1
HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS DE IG

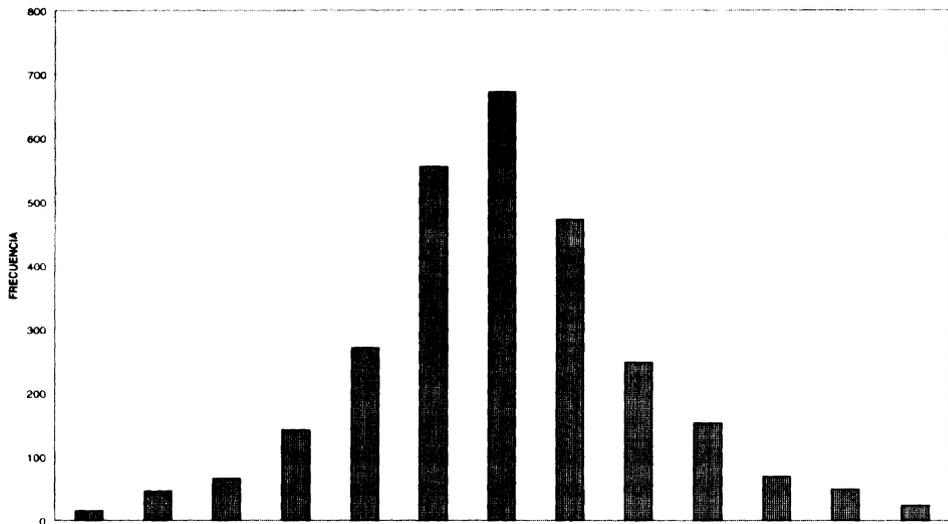


Figura 2
HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS DE PD

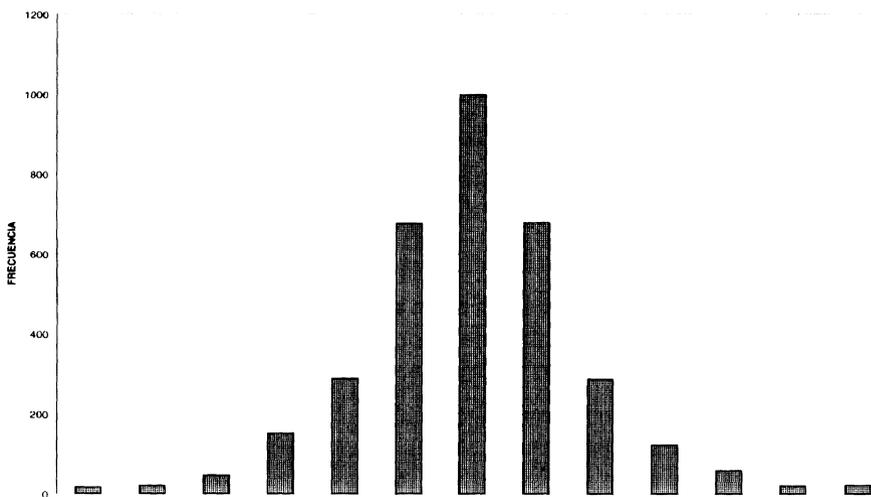


Figura 3
HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS DE PY

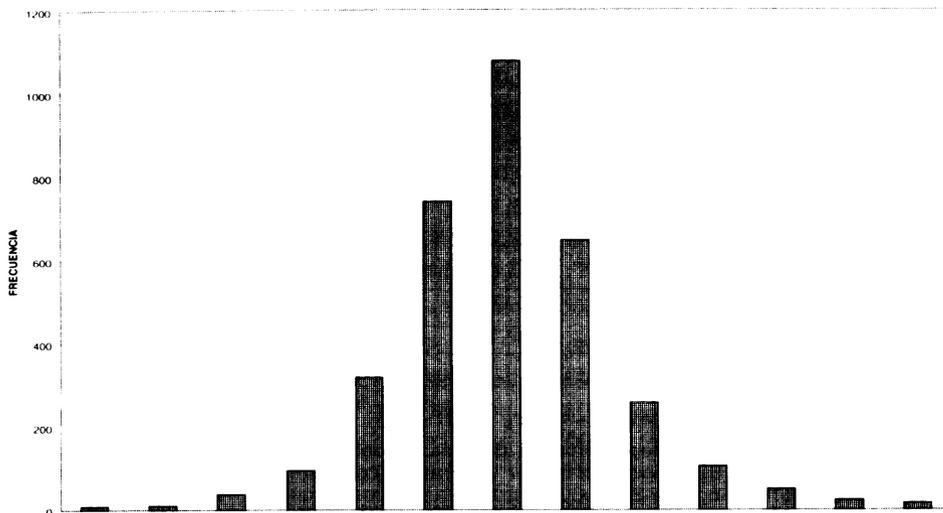


Figura 4
HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS DE PM

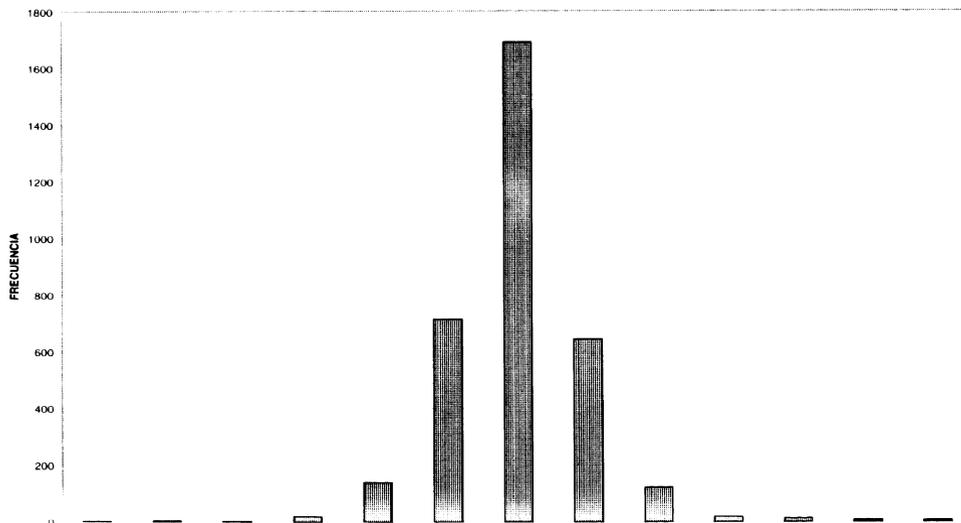


Tabla 1
ESTADÍSTICOS DE LOS RENDIMIENTOS

	<i>IG</i>	<i>PD</i>	<i>PY</i>	<i>PM</i>
Observaciones	2,862	3,392	3,392	3,392
Media (por ciento)	0,065	0,019	0,041	0,021
Desviación Típica	0,010	0,007	0,007	0,005
Asimetría	-0,398	0,414	0,976	1,603
	(0,046)	(0,042)	(0,042)	(0,042)
Asimetría'	-0,126	0,073	0,499	0,281
Curtosis	12,221	10,630	14,445	46,902
Rango Studentizado	13,662	18,026	18,982	30,315
Kolmogorov-Smirnov	0,084	0,058	0,072	0,096
Jarque-Bera	10,165	8,325	19,053	273,859

Asimetría:= m_3/s^3 , Curtosis:= m_4/s^4 , Rango Studentizado:= $(\text{Max}\{R_i\}-\text{min}\{R_i\})/s$ y Jarque-Bera:= $T(\text{Simetría}^2/6 + (\text{Curtosis}-3)^2/24)$, donde $m_k = \sum (R_i - \bar{R})^k / T$, $s^2 = \sum (R_i - \bar{R})^2 / (T - 1)$ y T es el número de observaciones. Asimetría' designa al coeficiente de asimetría, m_3/s^3 , que se obtiene al excluir la observación de mayor valor absoluto. Kolmogorov-Smirnov es el estadístico usual de Kolmogorov-Smirnov para contrastar la normalidad. Los valores entre paréntesis son los errores estándar de los coeficientes de asimetría, obtenidos a partir de [2].

Tabla 2
ESTIMACIONES POR MÁXIMA-VEROSIMILITUD BAJO DISTRIBUCIONES ALTERNATIVAS

	<i>IG</i>	<i>PD</i>	<i>PY</i>	<i>PM</i>
Mixtura ([4])				
δ	0,195	0,220	0,137	0,051
μ_1 (por ciento)	0,163	0,053	0,293	0,372
σ_1	0,020	0,012	0,013	0,014
μ_2 (por ciento)	0,041	0,010	0,000	0,002
σ_2	0,006	0,005	0,005	0,003
$\log(L)$	9.334,3	12.137,4	12.452,6	14.194,6
Mixtura con esperanzas iguales ([4] + [5])				
δ	0,194	0,225	0,137	0,051
μ (por ciento)	0,049	0,014	0,016	0,005
σ_1	0,019	0,012	0,014	0,014
σ_2	0,006	0,005	0,005	0,003
$\log(L)$	9.333,5	12.137,1	12.444,9	14.189,6
Mixtura equiprobable con varianzas iguales ([4] + [6])				
μ_1 (por ciento)	-0,031	-0,078	-0,024	0,031
μ_2 (por ciento)	0,161	0,116	0,105	0,136
σ_1	0,010	0,007	0,007	0,008
$\log(L)$	8.992,6	11.927,9	12.162,2	12.835,9
<i>t</i> de Student ([7])				
μ (por ciento)	0,047	0,016	0,016	0,006
σ	0,011	0,007	0,007	0,004
ν	2,932	3,960	3,767	3,195
$\log(L)$	9.361,1	12.166,2	12.480,0	14.235,9

Tabla 3
CONTRASTES DE RAZÓN DE VEROSIMILITUDES

	<i>IG</i>	<i>PD</i>	<i>PY</i>	<i>PM</i>
Contraste de [5] en [4]				
Estadístico χ^2	1,37	0,60	15,40	10,00
<i>P</i> -valor	(0,241)	(0,439)	(0,000)	(0,002)
Contraste de [6] en [4]				
Estadístico χ^2	683,38	419,00	580,80	2717,40
<i>P</i> -valor	(0,000)	(0,000)	(0,000)	(0,000)

Los valores críticos para el primer contraste son 3,84 y 6,63, para niveles de significación del 5 por ciento y del 1 por ciento, respectivamente. Para el segundo contraste los valores críticos son 5,99 y 9,21, también para niveles de significación del 5 por ciento y del 1 por ciento, respectivamente.

Tabla 4
CUANTILES DE LA DISTRIBUCIÓN DE $\hat{\alpha}$ EN MUESTRAS DE TAMAÑO *T*
BAJO MIXTURAS DE DISTRIBUCIONES NORMALES

	<i>0,005</i>	<i>0,025</i>	<i>0,05</i>	<i>0,95</i>	<i>0,975</i>	<i>0,995</i>
<i>T</i>=100						
Mixtura 1	-2,26	-1,63	-1,34	1,63	1,91	2,47
Mixtura 2	-1,62	-1,16	-0,95	1,07	1,27	1,70
Mixtura 3	-2,17	-1,61	-1,34	1,33	1,60	2,16
Mixtura 4	-0,65	-0,48	-0,40	0,39	0,47	0,65
Normal	-0,63	-0,48	-0,40	0,40	0,48	0,63
<i>T</i>=1000						
Mixtura 1	-0,67	-0,46	-0,35	0,72	0,82	1,02
Mixtura 2	-0,47	-0,36	-0,29	0,42	0,50	0,64
Mixtura 3	-0,76	-0,58	-0,49	0,48	0,58	0,77
Mixtura 4	-0,20	-0,15	-0,13	0,13	0,15	0,20
Normal	-0,20	-0,15	-0,13	0,13	0,15	0,20
<i>T</i>=3400						
Mixtura 1	-0,28	-0,17	-0,11	0,48	0,54	0,65
Mixtura 2	-0,24	-0,16	-0,13	0,26	0,30	0,38
Mixtura 3	-0,42	-0,32	-0,27	0,26	0,31	0,41
Mixtura 4	-0,11	-0,08	-0,07	0,07	0,08	0,11
Normal	-0,11	-0,08	-0,07	0,07	0,08	0,11

Mixtura 1: $\delta=0,195$, $\mu_1=0,163$ por ciento, $\sigma_1=0,020$, $\mu_2=0,041$ por ciento, $\sigma_2=0,006$

Mixtura 2: $\delta=0,220$, $\mu_1=0,053$ por ciento, $\sigma_1=0,012$, $\mu_2=0,010$ por ciento, $\sigma_2=0,005$

Mixtura 3: $\delta=0,2$, $\mu_1=0,001$ por ciento, $\sigma_1=0,015$, $\mu_2=0,001$ por ciento, $\sigma_2=0,005$

Mixtura 4: $\delta=0,5$, $\mu_1=0,002$ por ciento, $\sigma_1=0,010$, $\mu_2=0$, $\sigma_2=0,010$

Tabla 5
CUANTILES DE LA DISTRIBUCIÓN DE $\hat{\alpha}$ EN
MUESTRAS DE TAMAÑO T BAJO DISTRIBUCIONES t
DE STUDENT CON ν GRADOS DE LIBERTAD

	<i>0,95</i>	<i>0,975</i>	<i>0,995</i>
$T=100$			
$\nu=2$	5,57	7,18	9,30
$\nu=3$	2,69	3,82	6,67
$\nu=4$	1,63	2,30	4,44
Normal	0,40	0,48	0,63
$T=1000$			
$\nu=2$	13,93	19,76	28,58
$\nu=3$	3,41	5,58	13,85
$\nu=4$	1,22	1,89	4,93
Normal	0,13	0,15	0,20
$T=3400$			
$\nu=2$	22,84	33,88	51,46
$\nu=3$	3,63	6,25	18,68
$\nu=4$	0,98	1,55	4,48
Normal	0,07	0,08	0,11

Tabla 6
INTERVALOS DE CONFIANZA PARA LOS RENDIMIENTOS EN EXCESO

	T_1	T_2	INTERVALO DEL 95 por ciento	INTERVALO DEL 99 por ciento	Estadís.	P-valor
IG	1490	1372	(1379, 1483)	(1362, 1500)	2,206	0,027
PD	1685	1707	(1639, 1753)	(1621, 1771)	0,377	0,706
PY	1770	1622	(1639, 1753)	(1621, 1771)	2,541	0,011
PM	1761	1631	(1639, 1753)	(1621, 1771)	2,232	0,026

T_1 es el número de rendimientos en exceso negativos y T_2 es el número de rendimientos en exceso positivos. Los intervalos para los rendimientos en exceso negativos (o positivos) se han obtenido bajo la hipótesis de que ambos tipos de rendimientos son equiprobables. Los P-valores corresponden al contraste de dicha hipótesis.

Tabla 7
CONTRASTES NO PARAMÉTRICOS

	IG	PD	PY	PM
KS	0,0545 (0,029)	0,0299 (0,433)	0,0359 (0,226)	0,0352 (0,246)
W	2.079.663 [-2,412] (0,016)	2.891.084 [1,139] (0,255)	2.988.228 [-0,512] (0,609)	3.002.566 [0,527] (0,598)
ST	2.158.129 [-1,1408] (0,254)	2.864.630 [0,214] (0,831)	3.047.992 [1,586] (0,113)	3.023.818 [1,273] (0,203)

KS es el estadístico de Kolmogorov-Smirnov, W es el estadístico de Wilcoxon y ST es el estadístico de Siegel-Tukey. Los valores entre corchetes son los estadísticos tipificados. Los valores entre paréntesis son los P-valores.

REFERENCIAS

- ARDITTI, F. D. y LEVY H. (1975): «Portfolio efficiency analysis in three moments: the multiperiod case». *Journal of Finance*, 30, pp. 797-809.
- BOOTHE, P. y GLASSMAN D. (1987): «The statistical distribution of exchange rates». *Journal of International Economics*, 22, pp. 297-319.
- BRENNAN, M. (1979): «The pricing of contingent claims in discrete time models». *Journal of Finance*, 34, pp.53-68.
- CONINE, T. E. y TAMARKIN M. J. (1981): «On diversification given asymmetry in returns». *Journal of Finance*, 36, pp. 1143-1155.
- DUDEWICZ, E. J. y MISHRA S. N. (1988): «Modern mathematical statistics». John Wiley & Sons, Nueva York.
- FRANCIS, J. C. (1975): «Skewness and investors' decisions». *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 10, pp. 163-176.
- GALLEGO, A. y MARHUENDA, J. (1997): «Riesgo sistemático, total y coasimetría en la valoración de activos». *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, 90, pp. 145-165.
- GIBBONS, J. D. y CHAKRABORTI S. (1992): «Nonparametric statistical inference». 3ª edición, Marcel Dekker, Nueva York.
- HE, H. y LELAND, H. (1993): «On equilibrium asset price processes». *Review of Financial Studies*, 6, pp. 593-617.
- JOHNSON, N. L., KOTZ S. y BALAKRISHNAN N. (1994): «Continuous univariate distributions». Volumen 2, Segunda edición, John Wiley & Sons, Nueva York.
- KENDALL, M. G. y STUART A. (1969): «The advanced theory of statistics». Volumen 1, Distribution theory, Tercera edición, Hafner, Nueva York.
- KENDALL, M. G., STUART A. y ORD J. K. (1987): «The advanced theory of statistics». Volumen 1, Distribution theory, Quinta edición, Hafner, Nueva York.
- KON, S. J. (1984): «Models of stock returns—A comparison». *Journal of Finance*, 39, pp. 147-165.
- KRAUS, A. K. y LITZENBERGER R. H. (1976): «Skewness preference and the valuation of risky assets». *Journal of Finance*, 31, pp. 1085-1100.
- LELAND, H. (1996): «Beyond mean-variance: Performance measurement of portfolios using options or dynamic strategies». Working Paper 263, Institute of Business and Economic Research, University of California, Berkeley.

- MCWILLIAMS, T.P. (1990): «A distribution-free test for symmetry based on a runs statistic». *Journal of the American Statistical Association*, 85, pp. 1130-1133.
- PEIRÓ, A. (1992): «Distribución de los rendimientos de acciones». *Estadística Española*, 34, pp. 431-453.
- PEIRÓ, A. (1994): «The distribution of stock returns: international evidence». *Applied Financial Economics*, 4, pp. 431-439.
- PEÑA, J. I. (1989): «Análisis estadístico de los tipos de cambio diarios de la peseta», Cuadernos de Opinión 3, Centro Internacional Carlos V, Universidad Autónoma de Madrid.
- RANDLES, R.H., FLIGNER, M.A., POLICELLO, G.E. y WOLFE, D.A. (1980): «An asymptotically distribution-free test for symmetry versus asymmetry», *Journal of the American Statistical Association*, 75, pp. 168-172.
- SÁNCHEZ, P. L. (1994): «Análisis media-varianza-asimetría: una aplicación a las primas de riesgo en el mercado de valores español». Centro de Estudios Monetarios y Financieros, Documento de Trabajo nº 9426.
- SIEGEL, S. y TUKEY J. W. (1960): «A nonparametric sum of ranks procedure for relative spread in unpaired samples». *Journal of the American Statistical Association*, 55, pp. 429-445.
- SIMKOWITZ, M. A. y BEEDLES W. L. (1978): «Diversification in a three-moment world». *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 13, pp. 927-941.
- SIMKOWITZ, M. A. y BEEDLES W. L. (1980): «Asymmetric stable distributed security returns». *Journal of the American Statistical Association*, 75, pp. 306-312.
- SO, J. C. (1987): «The distribution of foreign exchange price changes: trading day effects and risk measurement-A comment». *Journal of Finance*, 42, pp. 181-188.
- SORTINO, F. y VAN DER MEER (1991): «Downside risk». *Journal of Portfolio Management*, 17, pp. 27-32.
- TUCKER, A. L. (1992): «A reexamination of finite- and infinite-variance distributions as models of daily stock returns». *Journal of Business & Economic Statistics*, 10, pp. 73-81.

THE PROPERTY OF SYMMETRY IN SPANISH FINANCIAL RETURNS

SUMMARY

This paper analyses the symmetry of daily returns in the Madrid stock market and in the exchange rates of the peseta against the US dollar, the Japanese yen and the German mark. Given the non-normality of the returns, the problem is tackled under alternative distributions, and a procedure is proposed that relies on nonparametric methods. Unlike other studies, some asymmetric features are detected in several series, but these features are rather feeble.

Key words: Exchange rates, skewness, stocks, symmetry.

Clasificación AMS: 90A20

