ESTADÍSTICA ESPAÑOLA
Vol. 47 Núm. 159, 2005, págs. 279 a 298

Una generalización de las escalas de equivalencia demográficas(1)

por
CASAS SÁNCHEZ, JOSÉ MIGUEL
DOMÍNGUEZ DOMÍNGUEZ, JUANA
Departamento de Estadística, Estructura y O.E.I.
Universidad de Alcalá.
HERRERÍAS PLEGUEZUELO, RAFAEL
Departamento de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa.
Universidad de Granada.

RESUMEN

En este artículo, se propone una escala de equivalencia demográfica generalizada. Para ello, se efectúa una revisión de las escalas de equivalencia más utilizadas en la literatura, haciendo especial referencia a las que presentan un componente demográfico en el seno del hogar, frente a las de consumo y dependientes de la renta, que tienen un sentido más microeconómico, y se propone una nueva escala que demostramos que engloba y mejora a las anteriores.

Palabras Clave: Distribución de la Renta de los Hogares, Escalas de equivalencia, Bienestar Económico.

---

(1) Agradecemos las sugerencias y comentarios realizados por el profesor Núñez Velázquez de la Universidad de Alcalá. No obstante, los errores son responsabilidad de los autores. También se agradecen las sugerencias de dos evaluadores anónimos, que han contribuido a mejorar la redacción de este trabajo.

Clasificación AMS: 91B82

1. INTRODUCCIÓN

Sabemos que el bienestar económico de las familias no está determinado exhaustivamente por la renta, sino que depende, entre otros, de las necesidades de las familias, que evidentemente difieren en tamaño, composición y otras características tanto del hogar como de sus componentes. Así pues, las necesidades de los individuos dependerán de diferentes factores como por ejemplo, la salud, la edad, el nivel de estudios, zona de residencia, ocupación, ocio, …, y es muy difícil cuantificar todos estos factores. Por ello, y con el fin de poder evaluar las necesidades de un hogar frente a otro, considerando solo unas cuantas variables cuantificables que le afecten, introducimos las escalas de equivalencia, las cuales nos describen el coste relativo preciso para alcanzar un estándar de vida determinado, para los hogares con circunstancias familiares diferentes. Una escala de equivalencia será un indicador que nos permita ajustar las necesidades del hogar. Este índice dependerá, generalmente, de las características de los M miembros del hogar.

En cuanto a qué tipo de escala de equivalencia es la más útil, en la literatura se ha puesto el énfasis en la corrección de la renta del hogar, teniendo en cuenta sólo los factores demográficos relacionados con su estructura y, entre estos, el tamaño del hogar y la edad de sus integrantes, fundamentalmente(2).

Es conocido que las rentas totales, en general, tienden a sobreestimar los niveles de desigualdad y pobreza del hogar, además de que cuando utilizamos escalas de equivalencia evitamos que por debajo de la línea de pobreza queden, preferentemente, las familias con pocos miembros, como ocurriría si las evaluásemos a partir de la renta total de las economías domésticas.

Por otra parte, no existe aún ningún análisis empírico concluyente que nos ayude a determinar la escala más adecuada, por lo que el uso de una u otra implica, en general, una decisión en cierto sentido arbitraria y no hay un criterio claro para determinar una escala que tenga aceptación general. De hecho, los estudios más completos sólo analizan empíricamente la sensibilidad de las medidas de desigual-

(2) En relación con este punto, conviene resaltar lo siguiente:

- Las escalas de equivalencia de consumo podrían ser aplicables en estudios de demanda, pero, como sabemos, el consumo no es una renta. Por tanto, el gasto como aproximación de la posición económica del hogar es útil en los tramos más bajos, pero no en el resto.
- Las escalas de equivalencia dependientes de la renta están, también, orientadas desde el punto de vista del consumidor, por lo que es de aplicación el argumento anterior.
- Las escalas subjetivas son muy sensibles tanto a las preguntas formuladas como al modelo que se utiliza, por lo que adolecen de falta de consistencia.

dad y pobreza, con respecto a uno ó dos parámetros (Casas, Domínguez y Núñez, 2001; Casas, Domínguez y Núñez, 2003; Domínguez, García, Herrerías y Núñez, 2002; Cutler, y Katz, 1992).

La escala que se usa con más frecuencia es la de la OCDE (1982), pero sin ninguna justificación teórica o empírica. En este sentido, Buhmann, Rainwater, Schmaus y Smeeding (1988, p.139) señalan que *mientras no haya una escala claramente ganadora o emerja la más satisfactoria desde el punto de vista teórico, el rango de escalas de equivalencia potenciales usadas para ajustar rentas genera un amplio espectro.*

Por lo tanto, sea Y la variable seleccionada como indicador de la posición económica del hogar, ya sea la renta o el gasto. Entonces, la variable equivalente será:

$$X = \frac{Y}{E},$$

donde E es la escala de equivalencia seleccionada.

Como ya se ha comentado, en la literatura existen una gran variedad de escalas de equivalencia. En este artículo, trabajamos sólo con aquellas que se construyen a través de la estructura demográfica del hogar, delimitada mediante el número de integrantes y sus edades. Con este planteamiento, se propone una definición de escala de equivalencia que englobe a todas las que se han propuesto en la literatura.

2. UNA GENERALIZACIÓN DE LAS ESCALAS DE EQUIVALENCIA DEMOGRÁFICAS

Empezamos proponiendo una función que englobe las características demográficas relevantes del hogar (número de integrantes y edad). Así pues, sea $N_0 = N \cup \{0\}$, donde N es el conjunto de los números naturales, que identificarán a los miembros del hogar, reservando el 0 para el cónyuge, que suele considerarse de manera especial al igual que el sustentador principal o cabeza de familia, que identificaremos con "c". Por todo ello, definimos $Í_1 = Í_0 \cup \{c\}$, que será el conjunto de índices que identifica a los integrantes del hogar.

A continuación, notaremos por t_i a la edad, expresada de modo continuo(3) en años, del individuo i. De esta forma, y si denotamos por $\div$ al conjunto de hogares de la población, la información demográfica necesaria está contenida en la función

(3) Hay que considerarla de modo continuo, para contabilizar los niños menores de un año, entre otras razones.

$$t : \div \longrightarrow \Re^{N_1}$$

$$H \longrightarrow t(H) = \{ t_i \}_{i \in N_1}$$

y, por lo tanto, esta sucesión ofrece las edades de todos los integrantes del hogar, teniendo en cuenta los siguientes casos, en un hogar con M componentes:

a) Si hay cónyuge:

$$t(H) = \{ t_i \}_{i \in N_1} = \{ t_C, t_0, t_1, \ldots, t_{M-2}, 0, 0, \ldots \}$$

Es decir, $t_i = 0, \quad \forall\, i \geq M-1$.

b) Si no hay cónyuge (sustentador principal soltero, viudo o divorciado)

$$t(H) = \{ t_i \}_{i \in N_1} = \{ t_C, 0, t_1, \ldots, t_{M-1}, 0, 0, \ldots \}$$

de modo que $t_i = 0, \quad \forall\, i \geq M$, siendo ahora $t_0 = 0$.

De este modo, la existencia de un miembro del hogar se identifica con una edad correspondiente no nula. Así pues, para obtener el número de integrantes del hogar basta con recurrir al concepto de función indicadora o contadora. Así, para un conjunto Ω y para un hogar H, la función indicadora del conjunto Ω, se define como:

$$I_\Omega : \div \longrightarrow \{0,1\}$$

$$I_\Omega[t(H)] = \begin{cases} 1\ , & t(H) \subset \Omega \\ 0\ , & t(H) \not\subset \Omega \end{cases}$$

Si, $\Omega = \{t_i > 0\}$, entonces:

$$I_{\{t_i > 0\}}[t(H)] = \begin{cases} 1\ , & t_i > 0 \\ 0\ , & t_i = 0 \end{cases} \qquad , \forall\, i \in N_1$$

y, por tanto, el número de integrantes del hogar es:

$$M = I_{\{t_C > 0\}}[t(H)] + \sum_{i=0}^{\infty} I_{\{t_i > 0\}}[t(H)] = \sum_{i \in N_1} I_{\{t_i > 0\}}[t(H)]$$

Estas funciones indicadoras también permiten identificar subgrupos en el seno del hogar(4): En efecto, si se define un adulto como aquel que tiene 18 años o más, el número de adultos del hogar será:

$$A = \sum_{i \in N_1} I_{\{t_i \geq 18\}}[t(H)]$$

y el número de niños sería:

$$K = \sum_{i \in N_1} I_{\{0 < t_i < 18\}}[t(H)] = M - A$$

Los supuestos anteriores permiten observar cómo se pueden clasificar los integrantes del hogar, para construir la correspondiente escala de equivalencia. La clasificación se llevará a cabo definiendo una partición sobre el conjunto $(0, \infty)$, en el que varían las edades(5).

De esta forma, una clasificación estará definida mediante:

$$(0, \infty) = \bigcup_{j=1}^{m} B_j, \quad \text{siendo } B_h \cap B_k = \varnothing \quad \forall h, k: \; h \neq k$$

Evidentemente, en este caso(6):

$$I_{\{t_i > 0\}}[t(H)] = \sum_{j=1}^{m} I_{B_j}(t_i), \quad \forall i \in \text{Í}_1$$

donde $I_{B_j}(t_i)$ es una función indicadora de B_j, definida sobre el individuo cuya edad es t_i que, por definición de la partición, habrá de ser no nula:

$$I_B : \Re \longrightarrow \{0, 1\}$$

(4) Estas funciones contadoras pueden generalizarse para tener en cuenta otras variables. Por ejemplo, si x_i es la renta que genera el individuo i del hogar, entonces: $I_{\{\{t_i > 0\} \cap \{x_i > 0\}\}}[t(H)]$ permitirá identificar a los perceptores de renta del hogar, lo que permitiría plantear escalas de equivalencia no demográficas, dependientes de factores socioeconómicos.

(5) Debe observarse que el 0 debe quedar eliminado, porque una edad no nula identifica a los integrantes del hogar. El valor infinito podría sustituirse por un valor suficientemente grande, relacionado con la máxima edad posible; se mantiene por simplicidad.

(6) Esta expresión puede ser 1 ó 0 según que t_i>0 ó t_i=0

$$I_B(t) = \begin{cases} 1, & t \in B \\ 0, & t \notin B \end{cases}$$

En el caso de una clasificación entre adultos y niños, la partición sería:

$$(0,+\infty) = (0,18) \cup [18,+\infty) = B_1 \cup B_2$$

siendo, en este caso,:

$$K = \sum_{i \in N_1} I_{B_1}(t_i), \quad y \quad A = \sum_{i \in N_1} I_{B_2}(t_i)$$

Esta construcción permite diseñar una clasificación diferente para cada uno de los miembros del hogar, si fuera preciso. En realidad, en la práctica, sólo suelen diferenciarse el sustentador principal y, a veces, el cónyuge.

En el caso en que la clasificación se realice teniendo en cuenta la ordenación de los integrantes por edad, basta expresar la partición en términos de las edades ordenadas(7) $\{t_{(1)}, t_{(2)}, \ldots, t_{(M)}\}$, diferenciando o no, según el caso, al sustentador principal y al cónyuge $\{t_C, t_{(1)}, t_{(2)}, \ldots, t_{(M-1)}\}$ o $\{t_C, t_0, t_{(1)}, t_{(2)}, \ldots, t_{(M-2)}\}$.

Finalmente, debe ponderarse cada integrante del hogar según su pertenencia a los subconjuntos de la partición. Para ello, basta con definir las siguientes *funciones ponderadas*, cuyas ponderaciones dependen de cada individuo (i) y de cada subgrupo (B_j), con carácter general:

$$I_i(t_i) = \sum_{j=1}^{m} á_{ij} I_{B_j}(t_i), \qquad \forall i \in Í_1$$

En estas condiciones, ya es posible definir, de manera general, una escala de equivalencia demográfica, admitiendo una partición diferente para cada integrante del hogar(8):

(7) Expresando de esta forma los individuos del hogar ordenados por edades. No se corresponden exactamente con los estadísticos ordenados, para incluir al sustentador principal y al cónyuge en la formulación.

(8) Pudiéndose dar el caso, como ocurre en la escala de McClements, de que dependiendo de los tramos de edades de los integrantes del hogar, existan ponderaciones diferentes.

$$(0,+\infty)=\bigcup_{j=1}^{m_i} B_{ij}, \qquad i\in \mathrm{N}_1$$

e integrando el concepto elasticidad.

Escala general de equivalencia demográfica

Una escala general de equivalencia demográfica es una función:

$$E_G : \chi \longrightarrow \Re$$

definida de la siguiente forma(9):

$$E_G\left(\{t_i\}_{i\in \mathrm{N}_1};\{\alpha_{ij},\, j\in m_i,\, i\in \mathrm{N}_1\}, F\right)=\left(\sum_{i\in \mathrm{N}_1} I_i(t_i)\right)^F=\left(\sum_{i\in \mathrm{N}_1}\sum_{j=1}^{m_i}\alpha_{ij}\, I_{B_{ij}}(t_i)\right)^F \quad [1]$$

donde:

$$\left.\begin{array}{l} 0\le \alpha_{ij}\le 1 \\ 0\le F\le 1, \end{array}\right\} \; j=1,\dots,m_i; \quad i\in \mathrm{N}_1$$

que identifica al número de individuos equivalentes del hogar, para recoger su economía de escala.

Obviamente, la escala definida es muy general. Para adaptarnos a la situación práctica y a la lógica de la definición del número de adultos equivalentes en el hogar, se van a efectuar las siguientes restricciones:

- El sustentador principal pondera por 1 en la escala, lo que indica que se toma como referencia para valorar el resto de los integrantes como adultos equivalentes.
- Se aplica la misma clasificación de edades para todos los integrantes del hogar, excepto para el cónyuge al que se le mantiene una clasificación diferenciada.

Con estas restricciones, la escala general (1) se queda reducida, ya que:

$$I_C(t_C)=1, \quad \forall\, t_C>0$$

(9) Obsérvese que la definición general incluye como aspectos relevantes del hogar su estructura de edades $\left(t(H)=\{t_i\}_{i\in N_1}\right)$, su estructura de ponderaciones α_{ij} y su elasticidad para definir la escala.

$I_i(t_i) = I(t_i),\ \forall i \in N$, siendo en este caso $á_{ij} = á_j\ ,\ \forall i, j$
y sólo quedan dos particiones:

Cónyuge $\qquad (0, \infty) = \bigcup_{j=1}^{m_0} B_{0j}$

Resto $\qquad (0, \infty) = \bigcup_{j=1}^{m} B_j$

De esta manera, la escala de equivalencia demográfica propuesta es:

$$E\left(\{t_i\}_{i \in Í_1}; á_{01}, \ldots, á_{0m_0}; á_1, \ldots, á_m; F\right) = \left(1 + \sum_{j=1}^{m_0} á_{0j} I_{B_{0j}}(t_0) + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{m} á_j I_{B_j}(t_i)\right)^F \qquad [2]$$

siendo $\quad 0 \le á_{0j} \le 1,\ j = 1, \ldots, m_0;\ 0 \le á_j \le 1,\ j = 1, \ldots, m;\ \ 0 \le F \le 1$

Como caso particular notable, puede citarse la situación en que la clasificación del cónyuge coincida con la del resto, eliminando m_0 parámetros, mediante

$$I_0(t_0) = I(t_0)\ .$$

En primer lugar, debe comprobarse que (2) está bien definida, lo que se prueba en el siguiente resultado.

Proposición

La escala de equivalencia demográfica (2) verifica:

$$1 \le E(\{t_i\}_{i \in Í_1}; á_{01}, \ldots, á_{0m_0}; á_1, \ldots, á_m; F) \le M$$

para cualquier hogar de χ, con M integrantes

Demostración

a) Supongamos que el hogar tiene cónyuge y que el número de integrantes es M. Entonces:

$$\{ t_i \}_{i \in \text{Í}_1} = \{ t_C, t_0, t_1, \ldots, t_{M-2}, 0, 0, \ldots \}$$

Puesto que todos los parámetros y funciones indicadoras son no negativas, se tiene:

$$1 + \sum_{j=1}^{m_0} \text{á}_{0j} I_{B_{0j}}(t_0) + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{m} \text{á}_j I_{B_j}(t_i) \geq 1$$

y, aplicando la función $f(x) = x^F$, $0 \leq F \leq 1$, la desigualdad se mantiene. Por tanto

$$E\left(\{ t_i \}_{i \in \text{Í}_1} ; \text{á}_{01}, \ldots, \text{á}_{0m_0} ; \text{á}_1, \ldots, \text{á}_m ; F \right) \geq 1 .$$

Ahora bien, al ser $\{ B_{0j},\ j = 1, \ldots, m_0 \}, \{ B_j,\ j = 1, \ldots, m \}$, particiones de $(0, \infty)$, se tiene que $I_{B_j}(t_i) = 0$, $\forall\, j = 1, \ldots, m$, $\forall\, i \geq M-1$. Además, para el resto, todas las funciones indicadoras se anulan excepto una en cada caso. Por tanto:

$$\exists !\, j_0 : I_{B_{0j0}}(t_0) = 1, \quad I_{B_{0j}}(t_0) = 0, \ \forall\, j \neq j_0$$

$$\forall\, i = 1, \ldots, M-2 \ , \ \exists !\, j_i : I_{B_{ji}}(t_i) = 1, \quad I_{B_j}(t_i) = 0, \ \forall\, j \neq j_i$$

Así pues:

$$1 + \sum_{j=1}^{m_0} \text{á}_{0j} I_{B_{0j}}(t_0) + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{m} \text{á}_j I_{B_j}(t_i) = 1 + \text{á}_{0j_0} + \sum_{i=1}^{M-2} \text{á}_{j_i} \leq 1 + 1 + M - 2 = M$$

Ahora bien, $0 \leq F \leq 1$. Por lo tanto:

$$E = \left(1 + \sum_{j=1}^{m_0} \text{á}_{0j} I_{B_{0j}}(t_0) + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{m} \text{á}_j I_{B_j}(t_i) \right)^F \leq M^F \leq M.$$

b) Si el hogar no tiene cónyuge, será:

$$\{ t_i \}_{i \in \text{Í}_1} = \{ t_C, 0, t_1, \ldots, t_{M-1}, 0, 0, \ldots \}$$

y, por lo tanto:

$$I_0(t_0) = \sum_{j=1}^{m_0} \text{á}_{0j} I_{B_{0j}}(t_0) = 0 ,$$

quedando:

$$E=\left(1+\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{m} á_j\, I_{B_j}(t_i)\right)^F$$

Basta reiterar el razonamiento efectuado en a) para $\{t_1,\ldots,t_{M-2}\}$ pero ahora utilizando $\{t_1,\ldots,t_{M-1}\}$, para obtener el resultado.

3. CASOS PARTICULARES NOTABLES

Una vez comprobado que la definición (2) es correcta, pasemos a analizar los casos particulares más relevantes.

3.1. Renta per capita

Las particiones son las triviales e idénticas para el cónyuge y el resto de los integrantes. Así pues:

$$m_0=m=1,\quad \text{siendo } B_{01}=B_1=(0,+\infty)$$

La formulación de la escala ahora es:

$$E\left(\{t_i\}_{i\in N_1};á_0,á,F\right)=\left(1+á_0\, I_{(0,+\infty)}(t_0)+á\sum_{i=1}^{\infty} I_{(0,+\infty)}(t_i)\right)^F$$

y basta tomar el caso (obsérvese que se anulan $I_{(0,+\infty)}(0)$, que se obtiene para $i\geq M-1$) $á_0=á=1; F=1$:

$$E\left(\{t_i\}_{i\in Í_1};1,1,1\right)=\left(1+1+(M-2)\right)^1=M$$

Si no hubiese cónyuge, quedaría:

$$\left(1+0+(M-1)\right)^1=M$$

3.2. Escala de Buhmann, Rainwater, Schmaus y Smeding (1988)

Para este caso, el planteamiento es idéntico al anterior, llegando a $E\left(\{t_i\}_{i\in Í_1};\alpha_0,\alpha,F\right)$. Ahora se toma el caso:

$$E\left(\{t_i\}_{i\in Í_1};1,1,F\right)=M^F=BRSS(F),\quad F\in[0,1].$$

con el mismo razonamiento del punto anterior.

3.3. Escala de O'Higgins y Jenkins (1990)

De nuevo con el mismo planteamiento, se parte de $E\left(\{t_i\}_{i\in Í_1};\alpha_0,\alpha,F\right)$ y se toma el caso $\alpha=\alpha_0$, $F=1$:

$$E\left(\{t_i\}_{i\in Í_1};á,á,F\right)=(1+á+(M-2)á)^1=(1+á(M-1))=OJ(á),\quad á\in[0,1]$$

3.4. Escala de Cutler y Katz (1992)

En esta escala, se diferencia entre adultos (mayores de 18 años) y niños, igualando el tratamiento del cónyuge y el resto(10). Así pues, $I_0(t)=I(t)$, quedando (2) reducida a:

$$E\left(\{t_i\}_{i\in Í_1};á_1,\ldots,á_m;F\right)=\left(1+\sum_{i=0}^{\infty}\sum_{j=1}^{m}á_j I_{B_j}(t_i)\right)^F$$

La única partición necesaria ahora es:

$$(0,\infty)=(0,18)\cup[18,+\infty)=B_1\cup B_2\Rightarrow m=2.$$

De esta manera, las escalas que diferencian adultos y niños son del tipo, eliminando ya los casos $I_{(0,18)}(t_i)=I_{[18,+\infty)}(t_i)=0$, $i\geq M-1$ (11)

$$E\left(\{t_i\}_{i\in Í_1};á_1,á_2;F\right)=\left(1+\sum_{i=0}^{M-2}\left[á_1 I_{(0,18)}(t_i)+á_2 I_{[18,+\infty)}(t_i)\right]\right)^F$$

El caso particular de esta escala corresponde a $á_2=1$:

$$E\left(\{t_i\}_{i\in Í_1};á_1,1;F\right)=(1+á_1K+(M-K-1))^F=((M-K)+á_1K)^F$$

(10) Obviamente, el caso de los mellizos no influye para nada en la construcción de la escala de equivalencia, puesto que estamos agrupando por edades.

(11) Obviamente, si no hay cónyuge, sale el índice 0 de la sumatoria y entra el (N-1), en su lugar.

siendo K el número de integrantes del hogar que son niños, en los que $I_{(0,18)}(t_i)=1$. Si llamamos adultos (A) a:

$$A = M\text{-}K$$

resulta:

$$E\left(\{t_i\}_{i\in Í_1};\ á_1,1;F\right)=(A+á_1K)^F=CK(á_1,F),\quad 0\le á_1,\ F\le 1.$$

3.5. Escala Generalizada de la OCDE

Corresponde a

$$E=1+á(A-1)+âK,\quad \text{con } 0\le á,\ â\le 1.$$

Partimos de la formulación general del apartado 3.4, anterior:

$$E\left(\{t_i\}_{i\in Í_1};\ á_1,á_2;F\right)=\left(1+\sum_{i=0}^{M-2}\left[á_1 I_{(0,18)}(t_i)+á_2 I_{[18,+\infty)}(t_i)\right]\right)^F$$

si se toma ahora el caso F=1:

$$E\left(\{t_i\}_{i\in Í_1};\ á_1,á_2;F\right)=\left(1+\sum_{i=0}^{M-2}\left[á_1 I_{(0,18)}(t_i)+á_2 I_{[18,+\infty)}(t_i)\right]\right)^1=$$

$$1+á_1K+á_2(M-K-1)=1+á_1K+á_2(A-1)=OCDE(á_1,á_2),\quad 0\le á_1,\ á_2\le 1$$

3.6. Escala de McClements (1977)

Este caso es el más complicado porque implica una ordenación de adultos por edades. Comencemos por la partición necesaria, que se construirá sobre las edades ordenadas $\{t_C, t_0, t_{(1)},..., t_{(M-2)},0,0,...\}$, siendo $t_{(M-2)}$ el integrante adulto de mayor edad. Así pues:

$$(0,+\infty)=(0,2)\cup[2,5)\cup[5,8)\cup[8,11)\cup[11,13)\cup[13,16)\cup$$
$$\cup[16,t_{(M-3)})\cup[t_{(M-3)},t_{(M-2)})\cup[t_{(M-2)},\infty)=\bigcup_{j=1}^{9}B_j$$

entendiendo que, si algunos de los $t_{(M-j)}$ utilizados son menores que 16, el intervalo correspondiente queda eliminado. En el caso de una pareja con niños menores de 16 años, los cuatro últimos intervalos quedarían reducidos a [16, +∞). Así pues,

$$7 \leq m \leq 9,$$

según los casos, pero se diseñará la escala del modo más general, con m = 9. En el caso del cónyuge, la sumatoria queda reducida a:

$$I_0(t_0) = \alpha_0 \, I_{(0,+\infty)}(t_0)$$

por lo que su partición corresponde a la trivial.

La escala propuesta por McClements considera los siguientes valores para los parámetros:

$\alpha_0 = 0.64$ $\alpha_1 = 0.15$ $\alpha_2 = 0.29$ $\alpha_3 = 0.34$ $\alpha_4 = 0.38$

$\alpha_5 = 0.41$ $\alpha_6 = 0.44$ $\alpha_7 = 0.59$ $\alpha_8 = 0.69$ $\alpha_9 = 0.79$

Teniendo en cuenta lo anteriormente expuesto en cuanto a sus posibles reducciones, que irían eliminando paulatinamente α_8 y α_7.

Con este planteamiento, la escala de McClements corresponde al siguiente caso particular, una vez eliminados los términos en los que $I_{(0,+\infty)}(t_i) = 0$, i> M-1(12), y tomando F = 1:

$$E\left(\{t_i\}_{i \in Í_1};\ \alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_9; 1\right) = \left(1 + \alpha_0 \, I_{(0,+\infty)}(t_0) + \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=1}^{9} \alpha_j \, I_{B_j}(t_i)\right)$$

(12) Sería i > M si no hay cónyuge, como ya se ha expuesto con anterioridad.

4. PROPIEDADES GENERALES DE LAS ESCALAS DEMOGRÁFICAS

A continuación, se exploran las propiedades relacionadas con la monotonía de las escalas con respecto al número de integrantes del hogar. En este sentido, se llega al siguiente resultado

Teorema

Si las particiones incluidas en la escala de equivalencia (2) son las triviales, entonces es una función monótona no decreciente del número de integrantes del hogar, siempre que la ponderación del cónyuge coincida con la del resto de los componentes.

Demostración

Si las particiones son triviales, entonces $(0, +\infty) = B_1 = B_{01}$, con lo que m_0=m=1, de manera que las funciones indicadoras implicadas son:

$$I_{(0,+\infty)}(t_i), \qquad i \in N_0$$

Por lo tanto, la formulación general (2) se reduce del siguiente modo, para un hogar con M integrantes:

$$E\left(\{t_i\}_{i\in Í_1}; á_{01},\ldots,á_{0m_0}; á_1,\ldots,á_m; F\right)=\left(1+\sum_{j=1}^{m_0} á_{0j} I_{B_{0j}}(t_0)+\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{m} á_j I_{B_j}(t_i)\right)^F=$$

$$=\left(1+á_0 I_{(0,+\infty)}(t_0)+\sum_{i=1}^{\infty} á\, I_{(0,+\infty)}(t_i)\right)^F=E\left(\{t_i\}_{i\in Í_1}; á_0\, á; F\right)$$

Ahora bien, si coincide la ponderación del cónyuge y el resto de los integrantes del hogar; entonces $á_0 = á$:

$$E\left(\{t_i\}_{i\in Í_1}; á, á; F\right)=\left(1+\sum_{i=1}^{\infty} á\, I_{(0,+\infty)}(t_i)\right)^F=\left(1+(M-1)\,á\right)^F$$

Sea ahora otro hogar con P componentes, tal que P ≤ M, cuya composición es $\{t_i^*\}_{i\in N_1}$. Entonces se llega al resultado enunciado:

$$E\left(\{t_i^*\}_{i\in N_1}; á, á, F\right)=\left(1+(P-1)\,á\right)^F \le \left(1+(M-1)\,á\right)^F = E\left(\{t_i\}_{i\in N_1}; á, á, F\right)$$

Si no se cumple la condición de que la ponderación del cónyuge coincide con la del resto de componentes, el Teorema sigue siendo válido para todos los hogares del mismo tipo; es decir, para todos los que integren al cónyuge y para todos aquellos que no lo incluyen.

A continuación, se presentan algunos casos particulares notables:

Corolario 1

La escala de Buhmann, Rainwater, Schmaus y Smeeding (1988) es monótona no decreciente con respecto al número de integrantes del hogar.

Demostración

De acuerdo con lo ya expuesto:

$$BRSS(F) = M^F = E\left(\{t_i\}_{i \in N_1}; 1, 1, F\right)$$

y, por tanto, $\alpha_0 = \alpha = 1$, con lo que la ponderación del cónyuge coincide con la del resto de integrantes del hogar. Además, $j_0 = j = 1$, por lo que las particiones son las triviales. Así pues, aplicando el Teorema, BRSS (F) es monótona no decreciente con respecto a M.

Corolario 2

La escala de O'Higgins y Jenkins (1990) es monótona no decreciente con respecto al número de integrantes del hogar.

Demostración

$$OJ(\alpha) = \left(1 + \alpha(M-1)\right) = E\left(\{t_i\}_{i \in N_1}; \alpha, \alpha, 1\right)$$

Así pues, $\alpha_0 = \alpha$ y las ponderaciones son triviales ya que $j_0 = j = 1$. Aplicando el Teorema, OJ(α) es monótona no decreciente con respecto a M.

De acuerdo con el Teorema, no hay garantía para esta monotonía no decreciente cuando la partición incluye dos o más subconjuntos, porque entran en juego las diferentes ponderaciones. Como muestra se comprueba que dos de las escalas más conocidas no son monótonas en el sentido expresado.

Corolario 3

La escala de Cutler y Katz (1992) no es, en general, una función monótona no decreciente del número de integrantes del hogar.

Demostración

$$E\left(\{t_i\}_{i\in I_1};\ \alpha_1,1;F\right)=(A+\alpha_1 K)^F=CK(\alpha_1,F),\quad 0\le\alpha_1,\ F\le 1.$$

Si consideramos, por ejemplo, la escala de Betson y Michael, que se obtiene cuando α_1=0.53 y F=0.77, esta no es una función no decreciente con respecto al número de miembros del hogar. Consideramos un hogar M_1, compuesto por tres adultos, y otro hogar M_2, formado por un adulto y tres niños. Notamos por E_i la escala de equivalencia del hogar i , i=1, 2, entonces:

$$E_1=(3+0.53\,\mathrm{x}0)^{0.77}=3^{0.77}$$

$$E_2=(1+0.53\mathrm{x}3)^{0.77}=2.59^{0.77}$$

Evidentemente, el número de miembros en el hogar M_1 es menor que el del hogar M_2 y, sin embargo la escala general para el hogar 1 no es menor que la del hogar 2.

Corolario 4

La escala generalizada de la OCDE no es, en general, una función monótona no decreciente del número de integrantes del hogar.

Demostración

$$E\left(\{t_i\}_{i\in I_1};\ \alpha_1,\alpha_2;F\right)=1+\alpha_1 K+\alpha_2(A-1)=OCDE(\alpha_1,\alpha_2),\quad 0\le\alpha_1,\ \alpha_2\le 1$$

Consideramos un hogar M_1, compuesto por cuatro adultos, y otro hogar M_2, formado por un adulto y cuatro niños. Notamos por E_i la escala de equivalencia del hogar i , i=1, 2, entonces:

$$E_1=1+0.7\mathrm{x}3=3.1$$

$$E_2=1+0.5\mathrm{x}4=3$$

Evidentemente, el número de miembros en el hogar M_1 es menor que el del hogar M_2 y, sin embargo la escala general para el hogar 1 no es menor que la del 2.

5. ESCALAS DE EQUIVALENCIA Y EVALUACIÓN DE LA POBREZA

Se pone de manifiesto la ingente cantidad de propuestas que hay en la literatura económica sobre escalas de equivalencia y sus tipos más utilizados. A continuación, y después del análisis exhaustivo realizado y de la generalización planteada, llegamos a las siguientes conclusiones.

$$E = \left(1 + \sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i \, I(t_i) \right)^F$$

y, por tanto:

$$X = \frac{Y}{E} = X\left(\{ \alpha_i , \quad i = 0,1,2,... \} \right)$$

de manera que la variable equivalente depende de los parámetros de la escala de equivalencia y también lo hará cualquier medida de pobreza que se utilice.

Así pues, la escala de equivalencia elegida incide en la intensidad de la pobreza, siendo una línea de investigación actual el averiguar en qué forma se produce esto; es decir, el análisis de la sensibilidad de la pobreza frente a la escala de equivalencia elegida. En esta línea, sólo se dispone de análisis empíricos en caso muy parciales, que generan sólo unos tipos característicos de curvas con respecto a algunas de las escalas más simples como puede verse en los trabajos de Burkhauser, Smeeding, y Merz, (1996) y Coulter, Cowell y Jenkins, (1992).

6. CONCLUSIONES

Para la selección de una escala de equivalencia que resulte claramente superior al resto, debe tenerse en cuenta que la distribución de la renta equivalente generada no tiene una relación clara con la de la renta disponible de que procede.

Es difícil la selección de una escala de equivalencia diferente, sin incurrir en algún tipo de arbitrariedad. Por otra parte, parece clara la pertinencia de las escalas basadas en la estructura demográfica del hogar frente al resto. Sin embargo, la selección de una escala de equivalencia no es intrascendente puesto que influye sobre la medida de la pobreza, como puede verse por ejemplo en Domínguez (2003).

La escala demográfica, que presentamos en este trabajo, nos sirve para obtener cualquier tipo de escala demográfica, sin más que darle valores a los distintos parámetros.

REFERENCIAS

BETSON, D. y MICHAEL, R.T. (1993): «A recommendation for the construction of equivalence scales». Unpublished memorandum prepared for *The Panel on Poverty and Assistance.* Committee on National Statistics. National Research Council. Department of Economics. University of Notre Dame.

BUHMANN, B; RAINWATER, L; SCHMAUS, G y SMEEDING, T. M (1988): «Equivalence scales. well-being, inequality and poverty: Sensitivity estimates across ten countries using the Luxembourg Income Study (LIS) Database». *Review of Income and Wealth.* Vol. 32, pp.115-142.

BURKHAUSER, R.V.; SMEEDING, T.M. y MERZ, J. (1996): «Relative inequality and poverty in Germany and the United States using alternative equivalence scales». *Review of Income and Wealth.* Vol. 42, pp.381-399.

CASAS, J. M.; DOMÍNGUEZ, J.; NÚÑEZ, J. J. (2001) «Sobre la utilización de las escalas de equivalencia en el estudio de la desigualdad y la pobreza. El caso de España». Ponencia. En *Anales de Economía Aplicada. XV Reunión Anual de ASEPELT-España*. La Coruña. Publicación en CD-ROM.

CASAS, J.M.; DOMÍNGUEZ, J.; NÚÑEZ, J.J. (2003) «La pobreza en España: Estudio a partir de curvas I.I.D. y su sensibilidad frente a escalas de equivalencia». En *Información Económica y Técnicas de Análisis en el Siglo XXI* (Casas, J.M. y Pulido, A., coords.), págs. 161-173. INE, Madrid.

COULTER, F; COWELL, F y JENKINS, S (1992): «Equivalence Scales relativities and the extent of inequality and poverty». *Economic Journal.* Vol. 102. (Sept.). Pp. 1067-1082.

CUTLER, D.M. y KATZ, L.F. (1992): «Rising inequality?. Changes in the distribution of income and consumption in the 1980´s». *The American Economic Review.* Vol.82, nº2: Papers and Proceedings of the 104th. Annual Meeting of the A.E.A. (May, 1992), pp.546-551.

DOMÍNGUEZ, J. (2003) «Análisis dinámico de la pobreza y la estructura de los hogares». Tesis Doctoral. Universidad de Granada.

DOMÍNGUEZ, J.; GARCÍA, C.; HERRERÍAS, R.; NÚÑEZ, J.J. (2002): «Estudio estadístico de la pobreza en la Comunidad de Murcia, a partir de curvas IID, y su sensibilidad frente a escalas de equivalencia». *XXVIII Reunión de Estudios Regionales*. Murcia. Publicación en CD-ROM.

DOMÍNGUEZ, J.; NÚÑEZ, J.J. (2003): «Análisis de la pobreza en Andalucía, durante el período 1997-2000, a partir de los gastos familiares». Ponencia. *Anales de Economía Aplicada 2003. XVII Reunión Anual de ASEPELT-España*. Almería. Publicación en CD-ROM.

DOMÍNGUEZ, J.; NÚÑEZ, J.J.; RIVERA, L.F. (2002) «Una perspectiva dinámica del análisis de la desigualdad en España, a través de escalas de equivalencia». *XVI Reunión Anual de ASEPELT-España*. Publicación en CD-ROM. Mc-Graw-Hill. Madrid.

DOMÍNGUEZ, J.; NÚÑEZ, J.J.; RIVERA, L.F. (2003) «Análisis dinámico de la pobreza en España, durante el período 1997-2000, con especial referencia al caso de la Comunidad de Castilla–La Mancha». *Actas de la XXIX Reunión de Estudios Regionales*. Publicación en CD-ROM. Ed. Servicio Publicaciones. Universidad de Cantabria. Santander.

EDIS-CARITAS (1989): «Pobreza y desigualdad social en la Comunidad de Madrid. Necesidades, recursos y balance social». Editorial Popular. Madrid.

MCCLEMENTS, L.D. (1977): «Equivalence scales for children». *Journal of Public Economics.* Vol.8, pag. 191-210.

OECD (1982): «The OECD list of social indicators». París.1982.

O'HIGGINS, M. y Jenkins, S.P. (1990): «Poverty in the EC: Estimates for 1975, 1980 and 1985». pp.187-212 Publ. en *Analysing Poverty in the European Community: Policy Issues, Research Options and Data Sources.* Luxembourg: Office of Official Publications of the European Communities. (R Teekens and B M.S van Praag, eds.).

A GENERALISATION OF DEMOGRAPHIC EQUIVALENCE SCALES

ABSTRACT

In this paper, a new generalised demographic equivalence scale is proposed. For this aim, a survey of the most important equivalence scales in the literature is developed. We emphasise the household demographic based scales against the supply and income-dependent ones, with more microeconomics content. Finally, we analyse how the generalised scale contains the other ones.

Key words: Equivalence scale, income distribution, economic welfare.

AMS Classification: 91B82