

Ciencia e idealismo en estadística

Mariano Ruiz Espejo

Universidad Católica San Antonio de Murcia

Resumen

En este artículo se explican algunas razones por las que el autor justifica que la ciencia estadística debe ser algo más que solo ideas sin una base real completa desde la lógica racional hasta una puesta en práctica coherente explicada con amabilidad. Indicamos puntos de idealismo en la estadística actual. Algunos ejemplos son sugeridos para explicar estas incoherencias, como inferencia clásica, inferencia bayesiana, estadística descriptiva, teorema central del límite y distribución normal en el contexto práctico. Presentamos también algunos límites a estas teorías y prácticas desde la revelación cristiana y judía. Hacemos una selección de trabajos del autor en los que ofrezco soluciones a problemas clásicos y dando soluciones objetivas a estos problemas estadísticos en artículos y libros seleccionados. Algunas conclusiones son deducidas de la exposición, en concreto en la docencia y en la investigación de la estadística.

Palabras clave: ciencia; idealismo; estadística.

Clasificación AMS: 62D05, 01A55, 01A75, 62F10, 62F15, 97A30, 97K40, 97K70.

Science and idealism in statistics

Abstract

In this article we explain some reasons for what the autor justifies that statistical science must be something more than ideas alone without a complete real basis since the rational logic until a coherent setting in practice explained with kindness. We indicate points of idealism in today statistics. Some examples are suggested for explaining these incoherences, as classic inference, Bayesian inference, descriptive statistics, central limit theorem and normal distribution in the practical context. We present some limits to these theories and practices from Christian and Jew revelation too. We do a selection of author works in where I offer solutions to classic problems and giving objective solutions to these statistical problems in selected articles and books. Some conclusions are deduced from the exposition, concretely in docence and in research of statistics.

Keywords: science; idealism; statistics.

AMS classification: 62D05, 01A55, 01A75, 62F10, 62F15, 97A30, 97K40, 97K70.

1. Introducción

El propósito de este artículo es indicar algunos aspectos relativos al idealismo que subsiste en la enseñanza y en la investigación del área de estadística en nuestros días y del que todavía parece que no se han percatado la mayor parte de profesores e investigadores en esta materia universitaria que tiene repercusiones en otras ciencias claves como son la medicina, la psicología, etc.

En realidad a lo que nos referimos es que hay métodos estadísticos que son objetivos tanto en el sustrato matemático como en la puesta en práctica de la metodología sobre el terreno. Nos referimos también a que substituir realidades objetivas por hipótesis ideales es cambiar ciencia objetiva por ideología. Pues una idea sin comprobación posible como causa del análisis estadístico da lugar a ideología y no precisamente a una ciencia objetiva.

2. Algunos ejemplos

Inferencia clásica. Presupone un modelo poblacional que en muchos ejemplos no puede comprobarse en la práctica, por lo que puede ser ideología y no ciencia objetiva. En este caso la idealización consiste en substituir la verdadera población que existe en el mundo real por la idea que el investigador pueda hacerse subjetivamente usando funciones matemáticas que supuestamente aproximan la realidad pero sin la posibilidad de comprobar fehacientemente su ajuste correcto a la realidad.

Inferencia bayesiana. Introduce prejuicios como la llamada distribución *a priori*, para concluir estimaciones sesgadas, donde no las tendría la inferencia clásica. Ahora la ideología se introduce al substituir un valor real de una población, que en principio puede ser desconocido, por una distribución subjetiva que representa la idea que tiene el investigador bayesiano del parámetro desconocido que pretende estimar. Es decir, el investigador substituye una realidad concreta desconocida para él por una distribución ideal subjetiva y supuesta por él en el análisis inferencial.

Estadística descriptiva. No está a salvo de posibles manipulaciones tampoco este tipo de estadística. Un ejemplo es, en el caso de un histograma, substituir la media de la variable estadística en un intervalo por el punto medio del intervalo; de este modo, al promediar los puntos medios por las frecuencias relativas de los intervalos, el valor medio de la variable estadística queda afectada por la idea de que el punto medio del intervalo representa a la media de la distribución en dicho intervalo. Lo correcto sería ponderar las medias parciales de la variable en cada intervalo por su frecuencia relativa y al sumar todos estos productos obtendríamos sin error la media de la variable estadística completa. El idealismo, en este caso, consiste en substituir la media parcial de la variable en el intervalo por el punto medio del intervalo, haciendo perder información y sesgando el valor del parámetro media de la variable estadística si quisiéramos reconstruir el valor medio ponderando las medias de cada intervalo por sus frecuencias relativas y sumándolas todas ellas.

Otro ejemplo de idealismo es el que tiene lugar al usar la distribución normal en base al teorema central del límite. Si bien es cierto que la media aritmética de las observaciones

obtenidas por muestreo aleatorio simple de una misma población con varianza finita, tiende a ser normal asintóticamente en distribución, no es menos cierto que la mayoría de aplicaciones de este teorema no comprueban en la práctica la hipótesis de partida que da validez al resultado, que la muestra sea en realidad una muestra aleatoria simple con reemplazamiento. Esto es observable en revistas de medicina basadas en datos de muestras al azar, pero no en muestras aleatorias simples, es decir, que en cada dato se recoge la variable de interés en un sujeto que es seleccionado independientemente con probabilidades iguales y con la misma distribución que la población de partida. Si no hay esta previa selección aleatoria simple, no puede hablarse después con garantía de que los datos elaborados sigan distribuciones aproximadamente normales, ji-cuadrado, t de Student, F de Snedecor, etc. en base al teorema central del límite ya que no se respeta en la práctica una hipótesis fundamental del teorema. En realidad lo que se hace es predecir que una muestra seleccionada al azar va a proporcionarnos una muestra como si fuera aleatoria simple, lo cual puede ser intuitivo pero no se prueba racionalmente. Si una intuición tuviese un valor aproximativo, entonces estaríamos aproximándonos intuitivamente a la aproximación asintótica dada por el teorema central del límite. Y en este proceso de doble aproximación hemos perdido el hilo conductor racional en aras de una practicidad que no puede asegurar científicamente lo que afirma al final.

Muchas de estas idealizaciones se basan en ideas surgidas en el siglo XIX, en el que idealismo y el positivismo tuvieron gran aceptación (Izquierdo Urbina, 2015, p. 71), pero que dieron lugar a muchas ideologías científicas todavía en nuestros días, llenando pizarras y revistas científicas hasta la actualidad.

En un problema de inferencia el objetivo no es decir la verdad de un parámetro desconocido, sino de estimar tal parámetro con un error que tratamos de minimizar atendiendo a las condiciones específicas del problema. Se puede hablar de la verdad de usar un estimador que es óptimo o que es admisible dentro de un conjunto de dichos estimadores, pero no cabe esperar saber la verdad del parámetro con una mera estimación del mismo basada en una muestra de datos solamente. Si sabemos que hemos estimado bien en las condiciones concretas optimizando el estimador, por ejemplo exigiendo que sea “insesgado”, es decir, que el promedio de sus probables estimaciones coincida con el parámetro (o función paramétrica) que deseamos conocer mediante el método inferencial. En realidad la insesgación es un requisito totalmente justificado y deseable, que las posibles estimaciones tengan por promedio exactamente el valor verdadero que pretendemos estimar. La minimización del error consiste en conseguir la mínima dispersión de las posibles estimaciones proporcionadas por una estrategia muestral compuesta por un diseño de muestreo y un estimador concreto que pertenece a una clase de ellos. El diseño muestral asigna la probabilidad de cada posible muestra y el estimador es una función que depende de los datos observados en las unidades de la muestra, y depende también de los identificadores de las unidades seleccionadas en la muestra. Referencias sobre inferencia estadística objetiva son los libros de Ruiz Espejo (2017a, 2017d).

Estas son algunas de las cuestiones éticas además de las recientemente estudiadas por Ruiz Espejo (2013a, 2017b, 2017c) y, más concreto, en las planteadas en la bioestadística

médica y en los estudios de salud pública. Queda de manifiesto que la estadística empleada en la mayoría de estudios médicos y de salud pública hasta fechas recientes adolecen de subjetivismo y se fundamentan en parte en el idealismo, por lo que distan de ser metodologías objetivas como sería deseable al tratar con seres humanos para no hacer *falsos testimonios* sobre el conjunto de pacientes o sobre los sujetos de los que se toman las observaciones o datos con fines estadísticos ya sean descriptivos o inferenciales.

Dos citas bíblicas que prohíben esta manera de proceder son Éxodo 20, 16 y Deuteronomio 5, 20 (Editorial DDB, 1999), en ambos casos recogiendo la palabra de Yahvé, Dios Padre de los cristianos. También Jesús confirmó el mandamiento de *no dirás falsos testimonios*, por ejemplo en Mateo 15, 19 (Editorial DDB, 1999).

Presentamos a continuación algunos procedimientos que considero han aportado objetividad a la estadística, no solo como razonamientos válidos, sino sobre todo como aprovechables en la práctica sin excesivos costes.

3. Ciencia objetiva

Lo que se pretende con un análisis estadístico objetivo es que lo que se afirma acerca de una metodología o de una estrategia de muestreo sea cierto, y no un cúmulo de aproximaciones en diversas fases o etapas a un método que desfigurarían las cualidades reales de lo que realmente se hace con respecto a lo deseable teórica y objetivamente.

Las razones de la objetividad en estadística han sido expuestas con detalle en los libros indicados (Ruiz Espejo, 2017a, 2017d). En estos libros indico que no basta con tener una teoría razonable sino que todo el proceso de teoría y puesta en práctica debe ser correcto y sin saltos en el vacío. Debo decir que la inferencia clásica y la inferencia bayesiana tienen lagunas en el razonamiento o en la práctica como para que pudiéramos considerarlas objetivas en muchos casos que se ponen como ejemplos de su potencial científico. Un ejemplo de estas lagunas es que la muestra no se suele seleccionar de acuerdo a un diseño muestral previamente definido. Un libro que explica con algún detalle esta forma de seleccionar la muestra es el de Mirás Amor (1985).

También algunos métodos de tratamiento de los datos observados de una variable estadística en la estadística descriptiva adolecen de simplificaciones que no guardan o conservan todo el potencial informativo de los datos originales, en especial para los fines propuestos con el estudio estadístico.

Algunos de los primeros resultados probados sobre la existencia de estimadores insesgados uniformemente de mínima varianza, y de estimadores uniformemente de mínimo error cuadrático medio, han sido tratados –en el contexto de poblaciones finitas en el modelo objetivo de población finita fijada– por Ruiz Espejo (1987b).

Un ejemplo es el tratamiento objetivo de la no respuesta cuando en la muestra aparecen sujetos o unidades de las que no podemos obtener respuesta a pesar de haber sido seleccionadas en la muestra de acuerdo con un diseño muestral. Se han escrito libros y muchos artículos sobre el tratamiento de la no respuesta, pero desde los años 40 del siglo XX no se había resuelto el problema de estimar sin sesgo la varianza del estimador

inesgado para no respuesta propuesto por Hansen y Hurwitz (1946), y popularizado en el libro de Cochran (1977), de un modo objetivo y convincente. Este problema ha sido resuelto satisfactoriamente por Ruiz Espejo (2011, 2013b, 2015a) y por Thompson (2012) bajo diversos esquemas o estrategias de muestreo.

Otro problema que ha sido resuelto satisfactoriamente desde la perspectiva de la estadística objetiva es el problema de inferencia en muestreo posagrupado (Ruiz Espejo *et al.*, 2006). También han sido caracterizados los diseños muestrales admisibles para el estimador Horvitz-Thompson por Ruiz Espejo (1987a). La optimalidad del muestreo aleatorio simple con reemplazamiento en la clase de todos los diseños ordenados posagrupados proporcionales al tamaño, y de tamaño fijo, para el estimador media muestral, ha sido probada por Ruiz Espejo (2008).

Un problema teórico resuelto que tiene implicaciones en la inferencia clásica y también en la inferencia estadística objetiva es el de estimación inesgada óptima de los momentos poblacionales más importantes. La primera solución a este problema en los momentos centrales poblacionales de orden cuatro se debe a Ruiz Espejo *et al.* (2013, 2016) y a Ruiz Espejo (2015c).

Otro problema sobre la protección de la intimidad en respuesta aleatorizada con distribución *a priori* objetiva, dada por el diseño muestral, ha sido estudiado por Ruiz Espejo y Singh (2003).

Sobre estimación lineal óptima a partir de medias muestrales independientes o incorrelacionadas he resuelto algunos problemas en Ruiz Espejo (1998), Ruiz Espejo *et al.* (1995), y generalizados en Ruiz Espejo *et al.* (2001).

También hemos probado la admisibilidad de un estimador de regresión lineal corregido inesgado sobre el estimador de regresión lineal clásico, y justificamos la existencia de estimadores concretos de regresión multivariante inesgados (Ruiz Espejo, 2016a, 2016b). Y en Ruiz Espejo (2015b) he proporcionado estimadores inesgados, así como estimadores inesgados de sus varianzas en algunos casos, a partir del estadístico media-de-razones, lo que son unas soluciones objetivas interesantes en el caso de disponer de una variable estadística altamente correlacionada con la variable de interés en estudio.

Otro estimador inesgado de la “varianza del estimador inesgado” en muestreo sistemático de doble arranque, también de modo objetivo, ha sido proporcionado por Ruiz Espejo (2014). Y en Ruiz Espejo (1997) se prueba la unicidad de la estrategia de Zinger con varianza estimable inesgadamente.

Otros estimadores inesgados con criterios objetivos han sido propuestos recientemente por Ruiz Espejo (2018a, 2018b) ya sea para la media poblacional así como para la varianza.

4. Conclusión

Lo que he pretendido hacer ver en este artículo es que no basta un racionalismo cualquiera en el estudio y en la investigación estadística, sino que también es necesaria una visión rica y completa de los matices que hacen que una investigación o una enseñanza sean realizables

en la práctica. Sin perder de vista que los resultados han de exponerse de un modo correcto en el fondo, en la forma, en lo lógico y en lo práctico. Si además se hace todo esto amablemente, creo que se ha llegado a un estado de madurez en la ciencia estadística.

Cualquier intuición o racionalismo reductivo de los problemas estadísticos que no superen todos estos elementos básicos de racionalidad, practicidad y de buen espíritu dejarían incompletas las aportaciones a la ciencia, aunque rellenen muchas páginas con gran exposición de fórmulas o tablas complicadas, porque los argumentos no se sostendrían ante un examen mínimamente minucioso de su verdadera utilidad para el fin que se proponen.

Como primera conclusión, se puede llegar a afirmar que una gran parte de investigaciones estadísticas, publicadas incluso en revistas con factor de impacto estadístico ampliamente reconocido, no alcanzan algunos de los estándares que hemos sugerido en este artículo de exposición para tratar los datos estadísticamente en su descripción o para fines inferenciales.

Como segunda conclusión, si se pretende alcanzar una educación y una investigación que pueda llamarse ciencia a todas luces, es necesario aunar esfuerzos para proporcionar materiales didácticos en estadística menos idealistas, así como promocionar a editores de publicaciones de ciencia que tengan un curriculum investigador acorde con los argumentos que he expuesto. Pero mientras que los motivos editoriales se orienten más con una visión de negocio que de integridad en la ciencia dudo que llegue a verse una estadística de calidad que podamos llamar ciencia y no meras ideas sueltas, sin conexión real y racional entre lo que pretendidamente afirman y lo que realmente se ha hecho al hacer tal afirmación; es decir, un fraude científico en algunos casos.

Referencias

- COCHRAN, WILLIAM G. (1977). «*Sampling Techniques*», Tercera edición. New York, NY: Wiley.
- EDITORIAL DDB. (1999). «*Biblia de Jerusalén*». Bilbao: Desclée De Brouwer.
- HANSEN, M. H.; HURWITZ, W. N. (1946). «The problem of nonresponse in sample surveys». *Journal of the American Statistical Association* 41, 517-529.
- IZQUIERDO URBINA, CÉSAR (2015). «*Teología Fundamental*», Cuarta edición. Pamplona: EUNSA.
- MIRÁS AMOR, JULIO (1985). «*Elementos de Muestreo para Poblaciones Finitas*». Madrid: Instituto Nacional de Estadística.
- RUIZ ESPEJO, MARIANO (1987a). «Diseños muestrales admisibles para el estimador Horvitz-Thompson». *Trabajos de Estadística* 2 (1), 45-50.
- RUIZ ESPEJO, MARIANO (1987b). «Sobre estimadores UMV y UMECM en poblaciones finitas». *Estadística Española* 29 (115), 105-111.

- RUIZ ESPEJO, MARIANO (1997). «Uniqueness of the Zinger strategy with estimable variance: Rana-Singh estimator». *Sankhya: The Indian Journal of Statistics, Series B* 59 (1), 76-83.
- RUIZ ESPEJO, MARIANO (1998). «Integración lineal insesgada UMV de dos medias muestrales incorrelacionadas de una población finita». *Revista de la Academia de Ciencias Exactas, Físico-Químicas y Naturales de Zaragoza* (2) 53, 215-217.
- RUIZ ESPEJO, MARIANO (2008). «Optimality of srswr in the class of all ordered ppsm designs of fixed size for sample mean estimator». *Statistical Reports* 2, 1-7.
- RUIZ ESPEJO, MARIANO (2011). «An objective solution to the problem of unbiased estimation with nonresponse». *Statistical Reports* 13, 1-2.
- RUIZ ESPEJO, MARIANO (2013a). «Exactitud de la Inferencia en Poblaciones Finitas». Madrid: Bubok.
- RUIZ ESPEJO, MARIANO (2013b). «Objective unbiased variance estimation with nonresponse: a review». *Statistical Reports* 18, 1-10.
- RUIZ ESPEJO, MARIANO (2014). «Objective unbiased variance estimation with systematic sampling of double start». *Statistical Reports* 20, 1-13.
- RUIZ ESPEJO, MARIANO (2015a). «Estimación insesgada objetiva para no respuesta». *Estadística Española* 57 (186), 29-37.
- RUIZ ESPEJO, MARIANO (2015b). «Sampling schemes providing unbiased mean-of-the-ratios estimates: a review». *Estadística Española* 57 (187), 133-139.
- RUIZ ESPEJO, MARIANO (2015c). «Sobre estimación insesgada óptima del cuarto momento central poblacional». *Estadística Española* 57 (188), 285-290.
- RUIZ ESPEJO, MARIANO (2016a). «Unbiased corrected classic estimates». *Estadística Española* 58 (189), 43-56.
- RUIZ ESPEJO, MARIANO (2016b). «Estimación de regresión multivariante insesgada». *Estadística Española* 58 (190), 123-131.
- RUIZ ESPEJO, MARIANO (2017a). «Ciencia del Muestreo». Madrid: Bubok.
- RUIZ ESPEJO, MARIANO (2017b). «Cuestiones éticas de la bioestadística médica objetiva». *Statistical Reports* 25, 1-11.
- RUIZ ESPEJO, MARIANO (2017c). «Estudios de salud pública como ciencia empírica objetiva de datos». *Statistical Reports* 26, 1-9.
- RUIZ ESPEJO, MARIANO (2018a). «Recientes frutos en bioestadística». *Estadística Española* 60 (195), 61-84.
- RUIZ ESPEJO, MARIANO (2018b). «Un método general de estimación insesgada de la varianza». *Estadística Española* 60 (195), 49-59.

- RUIZ ESPEJO, MARIANO; DELGADO PINEDA, MIGUEL; NADARAJAH, SARALEES (2013). «Optimal unbiased estimation of some population central moments». *Metron* 71 (1), 39-62.
- RUIZ ESPEJO, MARIANO; DELGADO PINEDA, MIGUEL; NADARAJAH, SARALEES (2016). «Optimal unbiased estimation of some population central moments». *Metron* 74 (1), 139.
- RUIZ ESPEJO, MARIANO; DELGADO PINEDA, MIGUEL; SINGH, HOUSILA PRASAD (2006). «Postgrouped sampling method of estimation». *Test* 15 (1), 209-226.
- RUIZ ESPEJO, MARIANO; SANTOS PEÑAS, JULIÁN; RUEDA GARCÍA, MARÍA DEL MAR (1995). «Optimum linear integration of independent sample means from finite populations». *Revista de la Academia de Ciencias Exactas, Físico-Químicas y Naturales de Zaragoza* (2) 50, 55-60.
- RUIZ ESPEJO, MARIANO; SINGH, HOUSILA P. (2003). «Protection of privacy with objective prior distribution in randomized response». *Statistica* 63 (4), 697-701.
- RUIZ ESPEJO, MARIANO; SINGH, HOUSILA P.; SINGH, RAJESH (2001). «Optimal unbiased linear integration of estimators». *Statistics and Risk Modeling* 19 (4), 373-394.
- THOMPSON, STEVEN K. (2012). «*Sampling*», Tercera edición. Hoboken, NJ: Wiley.